

Deutsches Hydrographisches Institut

Wissenschaftlich-Technische Berichte

Nr. 2350

1988 – 1

Harmonische Analyse von Gezeiten- und Gezeitenstrom-
beobachtungen im Deutschen Hydrographischen Institut,
Hamburg

E. Pansch



ISSN 0936-0298

Zum Titelbild:

NOAA-8-Aufnahme (AVHRR) vom 25. April 1984, 0730 UTC Pseudofarbdarstellung der relativen Oberflächentemperatur der Nordsee (Temperaturskala in Grad Kelvin)

Mit freundlicher Genehmigung der DLR, Oberpfaffenhofen

Das Deutsche Hydrographische Institut gibt außer den amtlichen Veröffentlichungen (Seehandbücher, periodische nautische Schriften, Seekarten, Jahresberichte, Jahrbücher, Deutsche Hydrographische Zeitschrift mit wissenschaftlichen Abhandlungen und Mitteilungen) nunmehr ab 1988 auch wissenschaftlich-technische Berichte heraus.

In dieser neuen Reihe erscheinen Abhandlungen, die im Zuge der Bearbeitung gesetzlicher Aufgaben beim Deutschen Hydrographischen Institut entstanden sind. Vielfach ist der Gegenstand nicht für eine Veröffentlichung in einer wissenschaftlichen oder technischen Zeitschrift geeignet, weil der potentielle Leserkreis so interdisziplinär zusammengesetzt ist, daß er mit **einer** Zeitschrift nicht erreichbar ist, oder die Bearbeitung des Themas, z. B. in der Ausführlichkeit der Darstellung, den Zielsetzungen wissenschaftlicher Publikationen nicht entspricht.

Die Manuskripte wurden vom Präsidenten des DHI zur Veröffentlichung freigegeben; sie sind jedoch nicht von Gutachtern geprüft worden. Die Berichte erscheinen in zwangloser Folge, jeweils für ein Jahr durchnummeriert.

Herausgeber:

Deutsches Hydrographisches Institut
Bernhard-Nocht-Straße 78
Postfach 30 12 20
2000 Hamburg 36

Vervielfältigung ist nur mit Genehmigung des Deutschen Hydrographischen Instituts gestattet.

h-27.6.88

Y 23 10a

ISSN 0936 - 0298

Nr. 2350

DEUTSCHES HYDROGRAPHISCHES INSTITUT

2. Ex.

Wissenschaftlich-Technische Berichte
1988 - 1

Harmonische Analyse
von Gezeiten- und Gezeitenstrombeobachtungen
im Deutschen Hydrographischen Institut,
Hamburg

E. Pansch



Hamburg 1988

Y 11 102

DEUTSCHES HYDROGRAPHISCHES INSTITUT

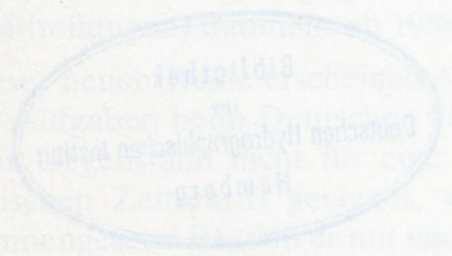
133

Wissenschaftlich-Technische Berichte

1988 - 1

Harmonische Analyse
von Gezeiten- und Sturmbeobachtungen
im Deutschen Hydrographischen Institut
Hamburg

22720



Anschrift des Verfassers:

Dr. E. Pansch
Deutsches Hydrographisches Institut
Bernhard-Nocht-Straße 78
2000 Hamburg 36

Hamburg 1988

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung, Summary

| | | |
|----|--|----|
| 1 | Einleitung | 4 |
| 2 | Formelansatz der harmonischen Analyse | 5 |
| 3 | Winkelgeschwindigkeiten der Partialtiden | 6 |
| 4 | Astronomische Argumente und Korrekturen | 6 |
| 5 | Anwendung der Ausgleichsrechnung | 7 |
| 6 | Gezeiten ohne Gang | 8 |
| 7 | Gezeiten mit Gang | 10 |
| 8 | Fehlerberechnung | 12 |
| 9 | Rechnerprogramme | 13 |
| 10 | Literaturverzeichnis | 14 |
| 11 | Anhang | 15 |

Zusammenfassung

Seit vielen Jahren sind in der Rechenanlage des Deutschen Hydrographischen Instituts (DHI) Programmsysteme für die harmonische Analyse von Gezeiten- und Gezeitenstrombeobachtungen installiert. Es wird eine Zusammenstellung und Erläuterung des Formalismus gegeben, aus dem diese Rechenprogramme entstanden sind. Es lassen sich Analysen durchführen

1. nur nach Gezeiten,
2. nach Gezeiten mit einem überlagerten Gang.

Die Längen der Beobachtungsreihen, die Partialtiden und der Abstand aufeinanderfolgender Beobachtungen, die jedoch gleichabständig sein müssen, sind innerhalb gewisser Grenzen, die durch die Rechenanlage vorgegeben sind, frei wählbar.

Summary

For several years, program systems for the Harmonic Analysis of tidal and tidal current observations have been implemented in the computer system of the German Hydrographic Institute (DHI). This report gives an explanation of the method and of the formulas on which these programs are based.

Observations can be analyzed for

1. tides only, or
2. tides combined with a long period trend.

The observations must be equidistant. The length of the observation series, the set of partial tides and the time difference of consecutive observations are freely selectable in between certain limits given by the computer system.

1 Einleitung

Verfahren zur harmonischen Analyse von Gezeitenbeobachtungen werden seit langem benutzt. Bekannte Namen wie Laplace, Airy, Darwin, Börgen, Lord Kelvin, Doodson – um nur einige zu nennen – sind damit verbunden. Die Literatur ist umfangreich. Das Literaturverzeichnis am Ende dieses Berichts gibt nur eine kleine Auswahl wieder.

Dieser Bericht enthält keine historischen Betrachtungen zum „harmonischen Verfahren“ und keine theoretische Begründung, er soll auch keine neue Abhandlung darstellen. Dies alles kann der interessierte Leser der Literatur entnehmen. Hier wird das Ziel angestrebt, die Grundlagen für das im DHI benutzte Verfahren zur harmonischen Analyse von Gezeiten- und Gezeitenstrombeobachtungen zusammenzustellen. Das Verfahren ist in der Form von Programmsystemen an der Rechenanlage des DHI installiert. In diesem Bericht erfährt der Benutzer, worauf diese Programme aufgebaut sind. Als Anhang sind die Kommentarköpfe der direkt aufrufbaren Programme abgedruckt.

Durch Maßnahmen der „Programmpflege“ können sich jedoch Einzelheiten ändern, so daß die im Rechner vorhandenen aktuellen Versionen von den hier abgedruckten abweichen können.

An dieser Stelle ist eine Bemerkung zur Bezeichnungsweise angebracht: Es wurde keine Liste der benutzten Symbole aufgestellt, da einige in mehrfacher Bedeutung auftreten. Zum Beispiel bedeutet N die Anzahl der Partialtiden, N_1 die Anzahl der Beobachtungen und schließlich \mathbf{N} die Matrix des Normalgleichungssystems. Ähnliches tritt bei anderen Symbolen auf. Der Grund ist, daß wichtige Bezeichnungen aus den Rechenprogrammen übernommen wurden. So ist, falls notwendig, ein Vergleich leichter möglich. Der Begleittext wurde so abgefaßt, daß Verwechslungen nicht vorkommen sollten.

2 Formelansatz der harmonischen Analyse

Aus der Gezeitentheorie ist bekannt (siehe z. B. Horn [1941, 1948, 1952], Schureman [1941], Rauschelbach [1924], Bartels [1957], Dronkers [1964], Godin [1972], Doodson [1921, 1928], Bartels, Horn [1952] und die dort angegebene Literatur), daß gezeitenbedingte Wasserstände und die Komponenten der Gezeitenströme durch sechs-dimensionale Fourierreihen der Form

$$f(t) = r_0 + \sum_{i=1}^N r_i \cos(\sigma_i t + \varphi_i) \quad (1)$$

angenähert werden können. Die einzelnen Glieder heißen Teiltiden oder Partialtiden, i ist ein Index, der die Partialtiden durchläuft.

Es ist
und

$$\begin{aligned} r_i &= j_i \cdot H_i \\ \varphi_i &= (V_0 + v)_i - g_i \end{aligned} \quad (1a)$$

(vgl. Horn [1967]). H_i und g_i sind die harmonischen Konstanten des Ortes, σ_i die Winkelgeschwindigkeiten der Teiltiden. j_i und v_i sind die astronomischen Korrekturen, die zusammen mit $(V_0 + v)_i$ in den Tafeln DHI, Nr. 2276, (DHI [1967]) angegeben sind. Durch die harmonische Analyse sollen die harmonischen Konstanten H_i und g_i so bestimmt werden, daß die Beobachtungsreihe durch den Ansatz (1) möglichst gut wiedergegeben wird. Da Wasserstände und Strömungen noch von anderen Größen als nur von den Gezeiten abhängen, muß die Anzahl der Beobachtungen größer sein als die der zu bestimmenden Konstanten. Damit wird die harmonische Analyse eine Aufgabe aus der Ausgleichsrechnung (z. B. Horn [1948, 1959], Dronkers [1964]).

Schon für wenige Teiltiden erfordert dies umfangreiche Rechnungen, so daß in der Vergangenheit mehrere trickreiche Verfahren erfunden wurden, um die Rechnungen mit vertretbarem Aufwand durchführen zu können (siehe Literatur). Noch in der Anfangszeit der elektronischen Rechner im DHI wurden von Horn (Horn [1959, 1960]) zwei Verfahren angeboten, die schon invertierte Matrizen enthielten, um die Rechenzeit in Grenzen zu halten. Diese Verfahren fordern drei Bedingungen: vorgegebener Satz von Partialtiden, vorgegebene Länge der Beobachtungsreihe und Beschränkung auf stündliche Beobachtungen.

All diese Bedingungen und Einschränkungen sind heute, seit es die modernen, schnellen Großrechenanlagen gibt, nicht mehr notwendig. Die hier beschriebenen, im DHI benutzten Rechenprogramme sind so ausgelegt, daß die Partialtiden, die Längen der Beobachtungsreihen und der Abstand der äquidistanten Beobachtungen frei gewählt werden können. Auf die Gleichabständigkeit kann jedoch nicht verzichtet werden, außerdem wird eine ungerade Anzahl N_1 von Beobachtungen benutzt.

Die Länge der Beobachtungsreihe gibt die Grenze für die Trennung benachbarter Teiltiden an. Für die Differenz $\Delta\sigma$ zweier Tiden muß gelten

$$\Delta\sigma \geq \frac{2\pi}{t_e - t_a}$$

wenn sich die Beobachtungsreihe über den Zeitraum von t_a bis t_e erstreckt.

In dieser Arbeit wird in Anlehnung an Horn (Horn [1959]) ein weiterer Ansatz beschrieben. Es wird angenommen, daß die Beobachtungen (Wasserstände oder Strömungen) an Stelle von (1) durch

$$f(t) = r_0 + \sum_{i=1}^N r_i \cos(\sigma_i t + \varphi_i) + \sum_{k=1}^K Q_k \cos(k\omega t + \psi_k) + Q_{K+1} t \quad (2)$$

angenähert werden können. Der 3. und 4. Term dieses Ansatzes bezeichnen einen sich gegenüber der Gezeitenbewegung langsam ändernden Gang. Bei Horn wird ein solcher Gang durch Polynome dargestellt, hier durch einen Fourieransatz mit einem linearen Glied. K ist so zu wählen, daß die dadurch gegebene Fourierkomponente mit der Winkelgeschwindigkeit $K \cdot \omega$ sich noch von der Teiltide mit der längsten Periode trennen läßt.

Ansatz (2) kann zum Beispiel vorteilhaft benutzt werden bei Analysen, in denen der „Gezeitenstrom vom „Reststrom“ getrennt werden soll, oder bei Wasserstandsanalysen zum Trennen von meteorologischen Anteilen (Windstau) vom Gezeitenanteil. Man erhält in diesen Fällen für Reststrom und Windstau Formeldarstellungen, die jedoch nur für den Analysezeitraum gelten. Diese Methode ist den üblichen Filtermethoden zum Eliminieren der Gezeiten überlegen.

3 Winkelgeschwindigkeiten der Partialtiden

Die Winkelgeschwindigkeiten der gewünschten Partialtiden werden im Programm berechnet. Mit der von Doodson eingeführten Argumentzahl

$$A (B+5) (C+5) \cdot (D+5) (E+5) (F+5) \quad (3)$$

bekommen die Argumente der einzelnen Glieder der Reihenentwicklung des Gezeitenpotentials die Form

$$L(T) = A \cdot 360 \cdot 36525 \cdot T + (A+C) \cdot h + (B-A) \cdot s + D \cdot p + E \cdot N' + F \cdot q, \quad (4)$$

Es sind

T = die Zeit in tropischen Jahrhunderten, gerechnet von der Epoche 1900.0 ab,

s = die mittlere Länge des Mondes,

h = die mittlere Länge der Sonne,

p = die mittlere Länge des Mondbahnperigäums,

N = $-N'$ die mittlere Länge des Mondbahnknotens und

q = die mittlere Länge des Sonnenbahnperigäums,

(vgl. z. B. Horn [1941]).

Für die wichtigsten Partialtiden sind in den Tafeln DHI, Nr. 2276, (DHI [1967]) die Argumentzahlen nach Doodson angegeben. Sie werden im vorliegenden Programmsystem (Unterprogramm SIGC) nach der in dieser Tafel angegebenen Seitenzahl identifiziert.

Aus (4) ergeben sich die Winkelgeschwindigkeiten zu

$$\sigma(T) = \frac{dL}{dT} = A \cdot 360 \cdot 36525 + (A+C) \frac{dh}{dT} + (B-A) \frac{ds}{dT} + D \frac{dp}{dT} + E \frac{dN'}{dT} + F \frac{dq}{dT} \quad (5)$$

Die astronomischen Argumente können bekanntlich als Reihenentwicklung der Form

$$s = a_s + b_s T + c_s T^2 + d_s T^3 + \dots \quad (6)$$

geschrieben werden. Analoge Reihenentwicklungen gelten für h , p , N und q .

Mit (6) kann (5) als

$$\begin{aligned} \sigma(T) = & A \cdot 360 \cdot 36525 \\ & + (A+C) \cdot (b_h + 2 c_h T + 3 d_h T^2) \\ & + (B-A) \cdot (b_s + 2 c_s T + 3 d_s T^2) \\ & + D \cdot (b_p + 2 c_p T + 3 d_p T^2) \\ & + E \cdot (b_{N'} + 2 c_{N'} T + 3 d_{N'} T^2) \\ & + F \cdot (b_q + 2 c_q T + 3 d_q T^2) \end{aligned} \quad (7)$$

geschrieben werden. Die Reihen sind bei dem Glied mit T^2 abgebrochen. Die Koeffizienten sind dem 1964 verbesserten astronomischen I. A. U. Konstantensystem entnommen:

| | b | c | d |
|------|---------------------|-----------|-----------|
| h | 36000° 46' 8,13'' | 1,089'' | |
| s | 481267° 52' 59,31'' | -4,08 '' | 0,0068'' |
| q | 1° 43' 9,03'' | 1,63 '' | 0,012 '' |
| N' | 1934° 8' 31,23'' | -7,48 '' | -0,008 '' |
| p | 4069° 2' 2,52'' | -37,17 '' | -0,045 '' |

Im Programm stehen die Winkelgeschwindigkeiten für Ausgabezwecke in der Einheit Grad/ Stunde zur Verfügung.

4 Astronomische Argumente und Korrekturen

Die astronomischen Argumente ($V_o + v$) und die Korrekturen j und v werden nach dem Verfahren, das die Grundlage für die Tafeln DHI, Nr. 2276, bildet^{*)}, im Programm berechnet und von den Unterprogrammsystemen für die Mitte der Analyse und für den Jahresanfang ausgegeben. Das Vorwort zu den Tafeln DHI, Nr. 2276, enthält eine kurze Beschreibung der Methode.

Die harmonischen Konstanten H und g werden nach (1 a) mittels der Korrekturen j und v für die Analysenmitte bestimmt. g ist auf die Zeitzone bezogen, in der die Beobachtungen ausgedrückt sind.

^{*)} Das Verfahren wurde von H. J. Kunze ausgearbeitet.

5 Anwendung der Ausgleichsrechnung

Für die Ausgleichsrechnung nach der „Methode der kleinsten Fehlerquadrate“ ist es zweckmäßig, als Nullpunkt der Zeitählung die Mitte des Beobachtungszeitraumes zu wählen und die Gleichungen (1) und (2) umzuschreiben (für (1) vgl. Dronkers [1964]) als

$$f(t) = a_0 + \sum_{v=1}^N a_v \cos(\sigma_v t) + \sum_{v=1}^N b_v \sin(\sigma_v t) \quad (9)$$

und

$$f(t) = a_0 + \sum_{v=1}^N a_v \cos(\sigma_v t) + \sum_{v=1}^N b_v \sin(\sigma_v t) + \sum_{v=1}^k c_v \cos(v \omega t) + \sum_{v=1}^k d_v \sin(v \omega t) + e \cdot \frac{2t}{N_1 - 1}, \quad (10)$$

wobei

$$r_v = \sqrt{a_v^2 + b_v^2} \quad (9a)$$

$$\varphi_v = \arctan \frac{b_v}{a_v} \quad v = 1, \dots, N,$$

$$\varrho_v = \sqrt{c_v^2 + d_v^2} \quad (10a)$$

$$\psi_v = \arctan \frac{d_v}{c_v} \quad v = 1, \dots, k,$$

und

$$\varrho_{k+1} = \frac{2}{N_1 - 1} \cdot e$$

ist.

Den diskreten Zeiten t_i seien die Beobachtungen y_i zugeordnet. Es ist nach Voraussetzung

$$t_{i+1} - t_i = \Delta t$$

konstant und man kann

$$t_i = i \cdot \Delta t, \quad -M \leq i \leq +M,$$

setzen, wobei sich M aus der ungeraden Anzahl N_1 der Beobachtungen zu

$$M = \frac{1}{2}(N_1 - 1) \quad (11)$$

bestimmt. Außerdem ist

$$\omega = \frac{2\pi}{N_1 \Delta t} \quad (12)$$

die Winkelgeschwindigkeit der Grundschwingung des Fourieransatzes.

Wenn

$$f_i = f(t_i) = y_i + v_i, \quad -M \leq i \leq +M,$$

gesetzt wird, wobei v_i die Verbesserungen sind, in Vektorschreibweise

$$\mathbf{f} = \mathbf{y} + \mathbf{v},$$

dann sollen also die Koeffizienten a_v, b_v im Falle (9), bzw. a_v, b_v, c_v, d_v, e im Falle (10) so bestimmt werden, daß die l^2 -Norm des Vektors \mathbf{v} minimal wird. \mathbf{f} läßt sich schreiben als

$$\mathbf{f} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}, \quad (13)$$

also

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{y} + \mathbf{v}.$$

Hier ist \mathbf{x} der Vektor der Koeffizienten a_v, b_v bzw. a_v, b_v, c_v, d_v, e . Die Matrix \mathbf{A} läßt sich (9) bzw. (10) entnehmen. Die Minimumsbedingung liefert nach der linearen Ausgleichsrechnung bekanntlich die folgenden Normalgleichungen

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{A}' \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{A}' \cdot \mathbf{y}. \quad (14)$$

\mathbf{A}' ist die transponierte Matrix von \mathbf{A} , \mathbf{N} die Koeffizientenmatrix des Normalgleichungssystems. Der Vektor der „rechten Seiten“ ist $\mathbf{R} = \mathbf{A}' \cdot \mathbf{y}$.

In der im Folgenden angenommenen Gaußschen Schreibweise (vgl. z. B. Gotthardt [1968]) bedeutet, wenn

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3, \dots) \quad \text{und} \quad \mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3, \dots)$$

Vektoren sind:

$$[z] = \sum_i z_i$$

und

$$[y z] = \sum_i y_i z_i.$$

Sei l die Gesamtzahl der gesuchten Koeffizienten, dann stellt (14) ein System von l Gleichungen mit l Unbekannten dar. Wenn die Matrix \mathbf{A} die Form

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & \dots & l_1 \\ a_2 & b_2 & \dots & l_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_n & b_n & \dots & l_n \end{pmatrix}, \quad (15)$$

mit l Spalten und n Zeilen hat, dann hat \mathbf{N} die Form

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} [aa] & [ab] & \dots & [al] \\ [ba] & [bb] & \dots & [bl] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [la] & [lb] & \dots & [ll] \end{pmatrix} \quad (16)$$

mit l Zeilen und l Spalten.

Die Gleichungen (14) werden in den vorliegenden Programmsystemen nach 2 unterschiedlichen Verfahren gelöst. Für den Ansatz (9) wird ein Gaußscher Algorithmus benutzt. Für den Ansatz (10) wird ein Iterationsverfahren verwendet, das von M. A. Efrogmson (in Ralston u. Wilf [1965], S. 191) beschrieben wird und für diesen Zweck entsprechend abgewandelt wurde. Bei diesem Verfahren werden automatisch die einflußreichen Koeffizienten in die Ausgleichung einbezogen, wogegen die unbedeutenden Koeffizienten aus der Ausgleichung entfernt werden. Es könnte natürlich auch für den Ansatz (9) verwendet werden, dies hat sich aber bisher nicht als notwendig erwiesen.

Bei der Aufstellung der Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{N} müssen die Fälle (9) und (10) getrennt behandelt werden. Daher sind dafür auch zwei verschiedene Programmsysteme entstanden:

Unterprogrammsystem HAMANA für (9),

Unterprogrammsystem HAMANB für (10).

6 Gezeiten ohne Gang

Es gelte der Ansatz (9). Seien N_1 gleichabständige Beobachtungen gegeben, N_1 ungerade, und $-M \leq t \leq M$ wie oben. Der Zeitmaßstab sei so transformiert, daß der Mittelpunkt der Beobachtungsreihe bei $t_0 = 0$ liegt, und $\Delta t = 1$ ist, dann ist also

$$t_{-M} = -M \leq t_i = i \leq +M = t_M.$$

Weiter sei N die Anzahl der gewünschten Tiden mit den Winkelgeschwindigkeiten σ_j , $j = 1, \dots, N$. Dann hat die Matrix \mathbf{A}

$$\begin{array}{l} 2 \cdot M + 1 = N_1 \text{ Zeilen und} \\ 2 \cdot N + 1 \quad \text{Spalten} \end{array}$$

Aus Gründen besserer Übersichtlichkeit werden im Folgenden vielfach die Klammern der Argumente der trigonometrischen Funktionen fortgelassen.

$$\text{Es ist } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \cos(-M)\sigma_1 & \dots & \cos(-M)\sigma_N & \sin(-M)\sigma_1 & \dots & \sin(-M)\sigma_N \\ 1 & \cos(-M+1)\sigma_1 & \dots & \cos(-M+1)\sigma_N & \sin(-M+1)\sigma_1 & \dots & \sin(-M+1)\sigma_N \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \cos(-1)\sigma_1 & \dots & \cos(-1)\sigma_N & \sin(-1)\sigma_1 & \dots & \sin(-1)\sigma_N \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \cos 1\sigma_1 & \dots & \cos 1\sigma_N & \sin 1\sigma_1 & \dots & \sin 1\sigma_N \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \cos(M-1)\sigma_1 & \dots & \cos(M-1)\sigma_N & \sin(M-1)\sigma_1 & \dots & \sin(M-1)\sigma_N \\ 1 & \cos M\sigma_1 & \dots & \cos M\sigma_N & \sin M\sigma_1 & \dots & \sin M\sigma_N \end{pmatrix} \quad (17)$$

Unter Benutzung der Abkürzungen

$$[\cos \sigma_m i] = \sum_{i=-M}^{+M} \cos(\sigma_m i) \quad \text{und} \quad [\cos \sigma_m i \sin \sigma_n i] = \sum_{i=-M}^{+M} \cos(\sigma_m i) \cdot \sin(\sigma_n i)$$

wird

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} (2M+1) & [\cos \sigma_1 i] & \dots & [\cos \sigma_N i] & [\sin \sigma_1 i] & \dots & [\sin \sigma_N i] \\ [\cos \sigma_1 i] & [\cos^2 \sigma_1 i] & \dots & [\cos \sigma_1 i \cos \sigma_N i] & [\cos \sigma_1 i \sin \sigma_1 i] & \dots & [\cos \sigma_1 i \sin \sigma_N i] \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ [\cos \sigma_N i] & [\cos \sigma_N i \cos \sigma_1 i] & \dots & [\cos^2 \sigma_N i] & [\cos \sigma_N i \sin \sigma_1 i] & \dots & [\cos \sigma_N i \sin \sigma_N i] \\ [\sin \sigma_1 i] & [\sin \sigma_1 i \cos \sigma_1 i] & \dots & [\sin \sigma_1 i \cos \sigma_N i] & [\sin^2 \sigma_1 i] & \dots & [\sin \sigma_1 i \sin \sigma_N i] \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ [\sin \sigma_N i] & [\sin \sigma_N i \cos \sigma_1 i] & \dots & [\sin \sigma_N i \cos \sigma_N i] & [\sin \sigma_N i \sin \sigma_1 i] & \dots & [\sin^2 \sigma_N i] \end{pmatrix} \quad (18)$$

\mathbf{N} ist symmetrisch.

Wegen

$$\cos(-i \cdot \sigma_v) = \cos(i \cdot \sigma_v)$$

und

$$\sin(-i \cdot \sigma_v) = -\sin(i \cdot \sigma_v)$$

(19)

sind für \mathbf{A}' die Größen

$$\cos(i \cdot \sigma_v) \quad \text{und} \quad \sin(i \cdot \sigma_v),$$

$i = 1, \dots, M$ und $v = 1, \dots, N$ zu berechnen.

Für die Berechnung des Vektors \mathbf{R} und der Fehler der Unbekannten wird die Matrix \mathbf{A}' benötigt. \mathbf{A}' hat $2 \cdot N + 1$ Zeilen und $2 \cdot M + 1$ Spalten. Wegen (19) hat man bei der Berechnung von \mathbf{R} entsprechende Vereinfachungen, die in den Rechenprogrammen enthalten sind.

Für die Berechnung der Matrixelemente der Koeffizientenmatrix \mathbf{N} des Normalgleichungssystems sind folgende bekannte Hilfsformeln von Vorteil:

Seien m und n natürliche Zahlen, dann ist

$$S(\sigma) = \sum_{v=-n}^{+n} \cos(\sigma v) = \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{\sigma}{2}(2n+1)\right)}{\sin\frac{\sigma}{2}} & \text{für } \sigma \neq 0, \pm m \cdot \pi \\ 2n+1 & \text{für } \sigma = 0, \pm m \cdot \pi \end{cases}$$

$$\sum_{v=-n}^{+n} \sin(\sigma v) = 0 \quad \forall \sigma \quad (20)$$

$$\sum_{v=-n}^{+n} \sin \sigma_1 v \cdot \cos \sigma_2 v = 0 \quad \forall \sigma_1, \sigma_2$$

$$\sum_{v=-n}^{+n} \cos \sigma_1 v \cdot \cos \sigma_2 v = \frac{1}{2} S(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2} S(\sigma_1 - \sigma_2), \quad \sigma_1 \neq \sigma_2$$

$$\sum_{v=-n}^{+n} \sin \sigma_1 v \cdot \sin \sigma_2 v = \frac{1}{2} S(\sigma_1 - \sigma_2) - \frac{1}{2} S(\sigma_1 + \sigma_2), \quad \sigma_1 \neq \sigma_2$$

$$\sum_{v=-n}^{+n} \cos^2 \sigma v = \frac{1}{2} (2n+1) + \frac{1}{2} S(2\sigma)$$

$$\sum_{v=-n}^{+n} \sin^2 \sigma v = \frac{1}{2} (2n+1) - \frac{1}{2} S(2\sigma).$$

Durch leichte Rechnungen erhält man, daß die Matrix N in zwei symmetrische Teilmatrixen N^1 und N^2 zerfällt. Wenn wieder N die Anzahl der Tiden ist, dann hat N^1 $N + 1$ Zeilen und Spalten, N^2 N Zeilen und Spalten. Man hat damit zwei getrennte Systeme von linearen Gleichungen mit $N + 1$ bzw. N Unbekannten, die nach dem Gauß-Verfahren gelöst werden.

$$N = \begin{pmatrix} 0 \dots N & N+1 \dots 2N \\ \hline N^1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & N^2 \end{pmatrix} \quad (21)$$

Matrizelemente:

1. N^1 :

$$\begin{aligned} N_{00}^1 &= (2M + 1) && (M \text{ siehe (11)}) \\ N_{jj}^1 &= \frac{1}{2} (2M + 1) + \frac{1}{2} S(2\sigma_j) && j = 1, \dots, N \\ N_{oj}^1 &= N_{j0}^1 = S(\sigma_j) && j = 1, \dots, N \\ N_{ij}^1 &= N_{ji}^1 = \frac{1}{2} (S(\sigma_i + \sigma_j) + S(\sigma_i - \sigma_j)) && i, j = 1, \dots, N \\ &&& i \neq j \end{aligned} \quad (22)$$

2. N^2 :

$$\begin{aligned} N_{jj}^2 &= \frac{1}{2} (2M + 1) - \frac{1}{2} S(2\sigma_j) && j = 1, \dots, N \\ N_{ij}^2 &= \frac{1}{2} (S(\sigma_i - \sigma_j) - S(\sigma_i + \sigma_j)) && i, j = 1, \dots, N \\ &&& i \neq j \end{aligned} \quad (23)$$

7 Gezeiten mit Gang

Seien die gleichen Voraussetzungen wie bisher erfüllt und zusätzlich k Gang-(Fourier-)glieder gefordert. Für $f(t)$ gelte also der Ansatz (10).

Die Matrix A nach (17) ist um $2 \cdot k + 1$ Spalten nach rechts hin um den Gangteil verlängert. Es ist

$$A = \begin{pmatrix} \text{Gezeitenteil} & \text{Gangteil} & & & & & \\ \dots & \cos(-M\omega) \dots \cos(-Mk\omega) & \sin(-M\omega) \dots \sin(-Mk\omega) & -M \frac{2\Delta t}{N_1 - 1} & & & \\ \dots & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\ \dots & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\ \dots & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\ \dots & \cos(-\omega) \dots \cos(-k\omega) & \sin(-\omega) \dots \sin(-k\omega) & \cdot & & & \\ \dots & \text{wie (17)} & 1 \dots 1 & 0 \dots 0 & 0 & & \\ \dots & \cos(\omega) \dots \cos(k\omega) & \sin(\omega) \dots \sin(k\omega) & \cdot & & & \\ \dots & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\ \dots & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\ \dots & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\ \dots & \cos(+M\omega) \dots \cos(+Mk\omega) & \sin(+M\omega) \dots \sin(+Mk\omega) & +M \frac{2\Delta t}{N_1 - 1} & & & \end{pmatrix} \quad (24)$$

Wegen (19) ergeben sich bei der Berechnung von R wieder entsprechende Vereinfachungen.

Für die Berechnung der Matrixelemente der Koeffizientenmatrix N des Normalgleichungssystems werden weitere bekannte Hilfsformeln benutzt, wobei S die gleiche Bedeutung wie in (20) hat:

$$\begin{aligned} \sum_{v=-n}^{+n} v \cdot \cos vx &= 0 \\ \sum_{v=-n}^{+n} v \cdot \sin vx &= \frac{1}{\sin \frac{x}{2}} \left(\cot \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{n}{2} x - n \cdot \cos \left(n + \frac{1}{2} \right) x \right) \\ \sum_{v=-n}^{+n} \cos^2(vx) &= \frac{1}{2} (2n+1) + \frac{1}{2} S(2x) \\ \sum_{v=-n}^{+n} \sin^2(vx) &= \frac{1}{2} (2n+1) - \frac{1}{2} S(2x) \\ \sum_{v=-n}^{+n} \cos(vx) \cdot \cos(vkx) &= \frac{1}{2} S((k+1)x) + \frac{1}{2} S((k-1)x) \\ \sum_{v=-n}^{+n} \sin(vx) \cdot \sin(vkx) &= \frac{1}{2} S((k-1)x) - \frac{1}{2} S((k+1)x) \end{aligned} \quad (25)$$

Nach einigen Rechnungen erkennt man, daß die Matrix N gegenüber (18) um einen Gangteil erweitert ist. Man kann N in mehrere Teilbereiche aufteilen. N hat die Form

| | Spalte | 0 | 1 | N | $(N+1)$ | $2N$ | $(2N+1)$ | $(2N+k)$ | $(2N+k+1)$ | $(2N+2k)$ | $(2N+2k+1)$ |
|-------------|--------|--------|-------|-------|---------|-------|----------|----------|------------|-----------|-------------|
| Zeile | | $2N+1$ | N^1 | o | o | N^3 | o | o | o | o | o |
| 0 | | | | o | o | o | o | N^4 | o | o | o |
| 1 | | | N^1 | o | o | N^3 | o | o | o | o | o |
| N | | o | o | N^2 | o | o | o | o | o | o | o |
| $N+1$ | | o | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| $2N$ | | o | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| $(2N+1)$ | | N^5 | o | o | o | N^6 | o | o | o | o | o |
| $(2N+k)$ | | o | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| $(2N+k+1)$ | | o | o | N^7 | o | o | o | o | o | N^8 | o |
| $(2N+2k)$ | | o | o | o | o | o | o | o | o | o | o |
| $(2N+2k+1)$ | | o | o | o | o | o | o | o | o | o | o |

N ist bekanntlich symmetrisch. Die Gezeitenteile N^1 und N^2 sind identisch mit der Darstellung (21), (22), (23). Für die durch den Gangansatz neu auftretenden Teilfelder hat man folgende Matrixelemente:

1.) N^3 :

$$\begin{aligned} N_{i, 2N+j}^3 &= \frac{1}{2} S(\sigma_i + j\omega) + \frac{1}{2} S(\sigma_i - j\omega) \\ i &= 1, \dots, N \quad j = 1, \dots, k \end{aligned}$$

2.) N^4 :

$$\begin{aligned} N_{N+i, 2N+k+j}^4 &= \frac{1}{2} S(\sigma_i - j\omega) - \frac{1}{2} S(\sigma_i + j\omega) \\ i &= 1, \dots, N \quad j = 1, \dots, k \end{aligned}$$

$$N_{N+i, 2N+2k+1}^4 = \frac{2 \Delta t}{N_1 - 1} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\sigma_i}{2}} \left(\cot \frac{\sigma_i}{2} \cdot \sin \frac{M\sigma_i}{2} - M \cos \left(M + \frac{1}{2} \right) \sigma_i \right)$$

3.) N^6 besteht nur aus den Diagonalelementen:

$$N_{2N+j, 2N+j}^6 = \frac{1}{2} N_1 \quad j = 1, \dots, k$$

Die anderen Elemente von N^6 sind 0.

4.) N^8 besteht aus den folgenden Elementen:

$$N_{2N+k+j, 2N+k+j}^8 = \frac{1}{2} N_1 \quad j = 1, \dots, k$$

$$N_{2N+2k+1, 2N+2k+1}^8 = \frac{4 \Delta t^2}{(N_1 - 1)^2} \cdot \frac{2M}{3} \cdot (M+1) \left(M + \frac{1}{2}\right)$$

$$N_{2N+k+i, 2N+2k+1}^8 = \frac{2 \Delta t}{N_1 - 1} \cdot \frac{1}{\sin \frac{i \omega}{2}} \left(\cot \frac{i \omega}{2} \cdot \sin \frac{M i \omega}{2} - M \cdot \cos \left(M + \frac{1}{2}\right) i \omega \right)$$

$$i = 1, \dots, k$$

Die anderen Elemente von N^8 sind 0.

Durch geschicktes Umordnen der Teilmatrizen erhält N die gleiche Form wie (21), so daß N also nur noch aus zwei wesentlichen Teilen besteht, die gleichartig aus N^1, \dots, N^8 aufgebaut sind.

Die Komponenten von R müssen analog umgeordnet werden. Dann erhält man wie im Fall (21) 2 Systeme von linearen Gleichungen, die man auch nach dem Gaußschen Algorithmus lösen könnte. Es hat sich jedoch hier als vorteilhaft gezeigt, das schon erwähnte Verfahren von Efrogmson (siehe Ralston u. Wilf [1965], S. 191) in abgewandelter Form zu benutzen:

Die Normalgleichungen werden in bestimmter Weise normiert und der erste Reduktionsschnitt des Gauß'schen Verfahrens ausgeführt. Das so erhaltene neue Normalgleichungssystem hat eine Form, auf die das Verfahren von Efrogmson angewendet werden kann. Der Beweis erfordert eine etwas längere Rechnung, die hier nicht angegeben sein soll. Er würde einen gesonderten Bericht erfordern.

Dieses Lösungsverfahren bezieht nur noch die einflußreichen Unbekannten in die Ausgleichung ein. Ein solches Vorgehen kann natürlich auf jedes Normalgleichungssystem angewendet werden. Die entsprechenden Unterprogramme müßten dafür so geändert werden, daß sie unabhängig von der harmonischen Analyse aufrufbar sind.

8 Fehlerberechnung

Die Standardabweichung σ , oder auch genannt „Fehler der Darstellung“, berechnet sich aus der l^2 -Norm des Vektors v zu

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{n-l}} \cdot \|v\| = \frac{1}{\sqrt{n-l}} \cdot \sqrt{[v v]}, \quad (27)$$

n und l wie in (15). $[v v]$ ergibt sich aus Standardmethoden der linearen Ausgleichsrechnung (siehe z. B. Gotthardt [1968], S. 67). Diese Berechnung ist unabhängig von der der Unbekannten. Zur Kontrolle wird σ auch direkt aus (27) mit

$$v = f - y$$

berechnet. Beide Werte werden vom Programm ausgegeben und müssen übereinstimmen. Abweichungen können vorkommen, wenn z. B. die Bedingung für die Trennung benachbarter Teiltiden nicht eingehalten wurde. Dann muß die Analyse mit einem veränderten Tidensatz wiederholt werden.

Die Fehler Δx_v der einzelnen Unbekannten x_v berechnen sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz. Es ist näherungsweise

$$\Delta x_v^2 = \sigma^2 \cdot (N)_{vv}^{-1}$$

($v = 1, \dots, l$ die Anzahl der Unbekannten). Nach (9) und (10) verteilen sich die Unbekannten x_v auf die beiden Gruppen a_v und b_v , bzw. c_v und d_v . Dann erhält man wieder durch Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf (9 a) und sinngemäß auf (10 a) die Fehler der harmonischen Konstanten zu

$$\Delta r_v^2 = \left(\frac{a_v}{r_v}\right)^2 \Delta a_v^2 + \left(\frac{b_v}{r_v}\right)^2 \Delta b_v^2$$

und

$$\Delta \varphi_v^2 = \frac{1}{r_v^2} (b_v^2 \Delta a_v^2 + a_v^2 \Delta b_v^2).$$

9 Rechnerprogramme

Die beschriebenen Verfahren sind in der Form zweier Programmsysteme in der Rechenanlage des DHI installiert (z. Zt. CDC Cyber 180-840). Die Versionen unterscheiden sich durch den Endbuchstaben der Programmnamen. Programme mit der Endung „A“ beziehen sich auf die harmonische Analyse nach (1), solche mit der Endung „B“ auf (2). Programmiersprache ist überwiegend FORTRAN 77. Kleine Steuereinheiten sind in der rechner-spezifischen Sprache CCL (= Cyber Control Language) geschrieben. Die Kommentarköpfe derjenigen Programme, die der Benutzer direkt rufen kann, sind im Anhang abgedruckt. Durch Maßnahmen der Programmpflege oder -erweiterung können aktuelle Versionen von den hier aufgeführten abweichen. Es wird jedoch angestrebt, daß Neuerungen grundsätzlich mit bisherigen Versionen kompatibel sind, so daß ein Benutzer Änderungen in den meisten Fällen nicht bemerkt.

Die Programmsysteme sind aufrufbar

- [1] als Unterprogrammsystem
SUBROUTINE HAMANA (. .) bzw.
SUBROUTINE HAMANB (. .),
- [2] als Hauptprogrammsystem
PROGRAM HARANA bzw.
PROGRAM HARANB und
- [3] über eine steuernde CCL-Procedure
HARANA bzw. HARANB.

Zu [1]:

Das gerufene Unterprogrammsystem liefert eine komplette harmonische Analyse. Der Benutzer muß in seinem eigenen Hauptprogramm alle geforderten Eingangsdaten bereitstellen (vgl. Programmkopf im Anhang). Er erhält vom Programm die

harmonischen Konstanten H und g in der Zeitzone, in der die Beobachtungen ausgedrückt sind,
deren Fehler,
einen mittleren Wasserstand mit Fehler,
evtl. Gangterme und deren Fehler,
auf Anforderung auf der Druckerausgabe ein Histogramm der Fehlerverteilung und einige Kontrollausgaben.

Die ausgegebene Fehlerverteilung kann wertvoll sein. Je ein Beispiel einer „guten“ und einer „schlechten“ Verteilung ist im Anhang abgedruckt. Bei der Analyse, die der „schlechten“ Fehlerverteilung zugrunde liegt, fehlt die Hauptmond-tide M_2 . Es sind maximal 61 Teiltiden zugelassen. Sie werden nach ihrer Seitenzahl in der Tafel DHI, Nr. 2276, (DHI [1967]) identifiziert. Bei Verwendung von HAMANB ist die Gesamtzahl der Glieder der Reihenentwicklung, d. h. also die Anzahl der Teiltiden und der Gangterme, auf 70 beschränkt.

Die Anzahl N_1 der Beobachtungen muß ungerade sein.

Es empfiehlt sich, das Unterprogrammsystem aufzurufen, wenn die Daten nicht in der von [2] geforderten Form vorliegen oder ein Jahreswechsel im Beobachtungszeitraum liegt, da [2] die Daten nur jahresweise liest.

Die astronomischen Korrekturen j , v werden vom Unterprogrammsystem auf die Analysenmitte bezogen ausgegeben, $V_0 + v$ ist auf den Jahresanfang des Anfangsjahres der Analyse bezogen.

Zu [2]:

Diese angebotenen Programme HARANA bzw. ... B sind Steuerprogramme, geschrieben in FORTRAN 77, die intern auf [1] zurückgreifen. Ihre wesentlichen zusätzlichen Aufgaben sind die Dateneingabe und Datenausgabe. Die Beobachtungen müssen in einem DHI-internen genormten Format vorliegen. Ein Beispiel hierfür ist im Anhang abgedruckt. Zum Erzeugen und zum Lesen dieser Datensätze gibt es spezielle Software. Dies ist Thema eines gesonderten Berichtes. Die Datenausgabe erfolgt auf einer Datei und auf dem Drucker. Die Dimensionierung reicht für ein Jahr mit halbstündlichen Beobachtungen aus. Die Dateneingabe erfolgt nur jahresweise, so daß eine Beobachtungsreihe von längstens einem Jahr in einem Lauf analysiert werden kann.

Zu [3]:

Diese Procedures sind rechner-spezifisch. Sie steuern den Aufruf [2]. Sie verwalten in sehr einfacher Weise die Dateien, mit denen von [2] gearbeitet wird. Für manche Anwendungsfälle kann es sinnvoll sein, wenn der Benutzer eigene Steuerprocedures schreibt.

10 Literaturverzeichnis

- Airy, G. B.**, Tides and waves. Encyclo. Metropol. London 1842.
- Bartels, J. und W. Horn**, Gezeitenkräfte. In Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen. 3. Berlin 1952.
- Bartels, J.**, Gezeitenkräfte. In Handbuch der Physik, Geophysik II, Springer, Berlin 1957.
- Cartwright, D. E. u. R. J. Taylor**, Geophys. J. R. astr. Soc., **23**, 1971, S. 45–74.
- Deutsches Hydrographisches Institut**, Tafeln der astronomischen Argumente $V_0 + v$ und der Korrekturen j, v zum Gebrauch bei der harmonischen Analyse und Vorausberechnung der Gezeiten für die Jahre 1900 bis 1999. Hamburg 1967, Nr. 2276.
- Doodson, A. T.**, The harmonic development of the tide-generating potential. Proc. Roy. Soc. (A), London 1921.
- Doodson, A. T.**, The analysis of tidal observations. Philos. Trans. Roy. Soc. (A), London 1927.
- Doodson, A. T., and H. D. Warburg**, Admiralty manual of tides. London 1941.
- Dronkers, J. J.**, Tidal Computations. Amsterdam 1964.
- Godin, G.**, The analysis of tides. Liverpool 1972.
- Gotthardt, E.**, Einführung in die Ausgleichsrechnung. Karlsruhe 1968.
- Hansen, W.**, Die Ermittlung der Gezeiten beliebig gestalteter Meeresgebiete mit Hilfe des Randwertverfahrens. Dtsch. hydrogr. Z. **1**, Hamburg 1948.
- Hansen, W.**, Die Reproduktion der Bewegungsvorgänge im Meer mit Hilfe hydrodynamisch-numerischer Verfahren. Mitt. Inst. Meereskde. Univ. Hamburg 1966.
- Harris, R. A.**, Manual of tides. Appendices to Reports of the U. S. Coast and Geodetic Survey. Washington 1894–1907.
- Horn, W.**, Die astronomischen Grundlagen des harmonischen Verfahrens zur Berechnung der Gezeiten. Arch. Dtsch. Seewarte und Marineobserv. **61**, Nr. 8, Hamburg 1941.
- Horn, W.**, Über die Darstellung der Gezeiten als Funktion der Zeit. Dtsch. hydrogr. Z. **1**, Hamburg 1948.
- Horn, W.**, Gezeiten des Meeres. In Landolt-Börnstein **3**, Berlin 1952.
- Horn, W.**, In Proceedings of the 3. International Symposium on Earth Tides. Trieste 1959.
- Horn, W.**, In Proceedings of the Symposium on Tides by the IHB 1967. UNESCO, 1969.
- International Hydrographic Bureau**, Monaco, Special Publ. No. 26, Lists of harmonic constants. Monaco 1933 ff.
- Kelvin, Lord (Thomson, W.)**, Reports on the "committee for the purpose of promoting the extension, improvement and harmonic analysis of tidal observation. British Association for the Advancement of Science Report. London 1868.
- Lamb, H.**, Hydrodynamics. 6th ed., Cambridge 1932.
- Laplace, P. S.**, Mécanique céleste, Livre I et IV, Paris 1798, Livre XIII, Paris 1825.
- Miyazaki, M.**, A method for the harmonic analysis of tides. The Oceanography Magazine (Japan) **10**, 1958.
- Munk, W. H., and D. Cartwright**, Tidal spectroscopy and prediction. Phil. Trans. R. Soc. (A) **259**, London 1966.
- Munkelt, K.**, Dtsch. hydrogr. Z. **12**, S. 189–195, Hamburg, 1959.
- Pekeris, C. L., and Y. Accad**, Solution of Laplace's equations for the M_2 -tide in the world oceans. Phil. Trans. R. Soc. (A), **265**, London 1969.
- Poincaré, H.**, Léçons de mécanique céleste, Théorie des Marées. Paris 1960.
- Proudman, J.**, On Laplace's differential equations for the tides. Proc. Roy. Soc. (A), **179**, London 1941.
- Proudman, J.**, The applicability of Laplace's differential equations of the tides. Int. Hydrogr. Reviews, **25** (2). Monaco 1948.
- Ralston, A., and H. S. Wilf**, Mathematical Methods for Digital Computers. New York 1965.
- Rauschelbach, H.**, Harmonische Analyse der Gezeiten des Meeres. Arch. Dtsch. Seewarte **42**, Hamburg 1924.
- Schureman, P.**, Manual of harmonic analysis and predictions of tides. U. S. Coast Geod. Surv. Spec. Pub. 98, Washington 1941.
- Zetler, B. D., and R. A. Cummings**, A harmonic method for predicting shallow-water tides. J. Mar. Res. **25**, 1967.

11 Anhang

A Abdruck der Kommentarköpfe von Programmen

| Programm | Typ | Sprache | Bemerkungen |
|----------|--------------|--------------------|-------------------------------|
| HAMANA | SUBROUTINE | FORTRAN 77 | |
| HAMANB | SUBROUTINE | FORTRAN 77 | |
| HARANA | PROGRAM | FORTRAN 77 | |
| HARANB | PROGRAM | FORTRAN 77 | |
| INPUT | SUBROUTINE | FORTRAN 77 | von HARANA und HARANB gerufen |
| RDJR | SUBROUTINE | FORTRAN 77 | liest genormte Daten |
| HARANA | CCL-Procedur | Cyber Contr. Lang. | rechnerspezifisch |
| HARANB | CCL-Procedur | Cyber Contr. Lang. | rechnerspezifisch |

B brauchbare harmonische Analyse

C Fehlerverteilung für Anhang B

D unbrauchbare harmonische Analyse

E Fehlerverteilung für Anhang D

F Beispiel eines Datensatzes, genormte Form

A Abdruck der Kommentarköpfe von Programmen

87/12/17.

| | | | |
|--------|--|--------|----|
| HAMANA | SUBROUTINE HAMANA(N,NMAX,X,IPG,VOV,V,RJ,SGMA,RO,H,G,NA,NE,DT1, 1JA,MA,ITA,ISA,IMINA,DRO,DR,DPHI,VV,TIDEN) | HAMANA | 1 |
| | | HAMANA | 2 |
| C | PANSCH, HARMONISCHE ANALYSE, VORBEREITET FUER 61 TIDEN | HAMANA | 3 |
| C | | HAMANA | 4 |
| C | | HAMANA | 5 |
| C | WASSERSTANDS- UND STROMBEOBACHTUNGEN WERDN HARMONISCH ANALYSIERT. | HAMANA | 6 |
| C | DIE IDENTIFIZIERUNG DER TIDEN GESCHIEHT NACH DER SEITENZAHL DER | HAMANA | 7 |
| C | "TAFELN DER ASTRONOMISCHEN ARGUMENTE VO+V UND DER KORREKTIONEN | HAMANA | 8 |
| C | J/V". | HAMANA | 9 |
| C | ES MUESSEN NEBEN DEN MESSWERTEN DAHER ANGEGEBEN WERDEN: | HAMANA | 10 |
| C | DIE SEITENZAHLEN AUS DIESEN TAFELN. DIE WINKELGESCHWINDIGKEITEN | HAMANA | 11 |
| C | UND DIE VO+V UND J WERDEN IM PROGRAMM BERECHNET. | HAMANA | 12 |
| C | HAMANA RUFT EIN WEITERES PROGRAMMSYSTEM AUF. | HAMANA | 13 |
| C | | HAMANA | 14 |
| C | AUSGEGEBEN WERDEN DIE HARMONISCHEN KONSTANTEN H UND G, | HAMANA | 15 |
| C | SOWIE EIN MITTLERER WASSERSTAND RO. | HAMANA | 16 |
| C | DIE PHASEN G SIND DABEI AUF DIE ZEITZONE BEZOGEN, IN | HAMANA | 17 |
| C | DER DIE MESSUNG AUSGEDRUECKT IST. DIES GESCHIEHT UEBER | HAMANA | 18 |
| C | DAS ANFANGSDATUM. | HAMANA | 19 |
| C | | HAMANA | 20 |
| C | | HAMANA | 21 |
| C | PARAMETER: | HAMANA | 22 |
| C | EINGABE: | HAMANA | 23 |
| C | N: ANZAHL DER TIDEN | HAMANA | 24 |
| C | IPG: SEITENZAHL DER J/V TAFEL DER TIDEN | HAMANA | 25 |
| C | NMAX: ANZAL DER MESSWERTE | HAMANA | 26 |
| C | X: ARRAY DER MESSWERTE, GLEICHABSTAENDIG | HAMANA | 27 |
| C | DT1: DEREN ABSTAND IN MINUTEN | HAMANA | 28 |
| C | NA,NE : MESSWERTE UND SYNTHESE WERDEN ZUM VERGLEICH VON | HAMANA | 29 |
| C | NA BIS NE AUSGEDRUECKT | HAMANA | 30 |
| C | DABEI WIRD FEHLERVERTEILUNG BERECHNET | HAMANA | 31 |
| C | UND AUSGEDRUECKT, DABEI WIRD ARRAY DER MESSWERTE ZERSTOERT! | HAMANA | 32 |
| C | BEI NA=NE KEINE FEHLERVERTEILUNG, MESSWERTE NICHT ZERSTOERT | HAMANA | 33 |
| C | JA,MA,ITA,ISA,IMINA: ANFANGSDATUM DER MESSREIHE | HAMANA | 34 |
| C | | HAMANA | 35 |
| C | | HAMANA | 36 |
| C | AUSGABE: | HAMANA | 37 |
| C | SGMA: WINKELGESCHW. IN GRD/STD, AUSGABE (ARRAY) | HAMANA | 38 |
| C | RO,H,G:HARMONISCHE KONSTANTEN, AUSGABE (H UND G ARRAYS) | HAMANA | 39 |
| C | DRO,DR,DPHI: FEHLER (DR, DPHI ARRAYS) | HAMANA | 40 |
| C | VOV: VO + V AUS DER TAFEL (ARRAY) FUER 1. JAN. 00.00UHR | HAMANA | 41 |
| C | V: V AUS DER TAFEL (ARRAY) (ANALYSENMITTE) | HAMANA | 42 |
| C | RJ: J AUS DER TAFEL (ARRAY) (ANALYSENMITTE) | HAMANA | 43 |
| C | VV: FEHLER DER EINZELMESSUNG | HAMANA | 44 |
| C | TIDEN: BEZEICHNUNG DER PARTIALTIDEN IN CHARACTERDARSTELLUNG, | HAMANA | 45 |
| C | IM RUFENDEN PROGRAMM MUSS ERKLAERT SEIN: | HAMANA | 46 |
| C | CHARACTER TIDEN(128)*10, INDEX VON TIDEN IST DIE | HAMANA | 47 |
| C | SEITENZAHL DER J/V TAFEL. TIDEN(I) KANN MIT | HAMANA | 48 |
| C | FORMAT (A10) GEDRUECKT WERDEN. | HAMANA | 49 |
| C | | HAMANA | 50 |
| C | WENN DR IN GROESSENORDNUNG H KOMMMT, WIRD DPHI = 0. GESETZT | HAMANA | 51 |
| C | | HAMANA | 52 |
| C | FOLGENDE DIMENSIONEN SIND IM RUFENDEN PROGR. ZU GEBEN: | HAMANA | 53 |
| C | DIMENSION VOV(N),V(N),RJ(N),IPG(N),H(N),G(N),X(NMAX),SGMA(N) | HAMANA | 54 |
| C | DIMENSION DR(N), DPHI(N) | HAMANA | 55 |
| C | CHARACTER TIDEN(128)*10 | HAMANA | 56 |
| C | | HAMANA | 57 |

```

HAMANB          SUBROUTINE HAMANB(N,NMAX,X,IPG,VOV,V,RJ,SGMA,RO,H,G,NA,NE,DT1,      HAMANB          1
                1JA,MA,ITA,ISA,IMINA,DRO,DR,DPHI,VV,TIDEN,NR,TOL,NF,F,BO,DBO,ROS,    HAMANB          2
                1 OMEGA)                                                           HAMANB          3
C PANSCH,      HARMONISCHE ANALYSE, VORBEREITET FUER .LT.61 TIDEN                HAMANB          4
C UND GANGTERME. TIDEN+GANG KOENNEN ZUSAMMEN 70 TERME SEIN.                    HAMANB          5
C                                                                                   HAMANB          6
C                                                                                   HAMANB          7
C WASSERSTANDS- UND STROMBEOBACHTUNGEN WERDN HARMONISCH ANALYSIERT.            HAMANB          8
C DIE IDENTIFIZIERUNG DER TIDEN GESCHIEHT NACH DER SEITENZAHL DER                HAMANB          9
C "TAFELN DER ASTRONOMISCHEN ARGUMENTE VO+V UND DER KORREKTIONEN                HAMANB         10
C J/V".                                                                            HAMANB         11
C ES MUESSEN NEBEN DEN MESSWERTEN DAHER ANGEGEBEN WERDEN:                       HAMANB         12
C DIE SEITENZAHLN AUS DIESEN TAFELN. DIE WINKELGESCHWINDIGKEITEN                HAMANB         13
C UND VO+V UND J WERDEN IM PROGRAMM BERECHNET, DABEI V UND J FUER                HAMANB         14
C DEN ANALYSENMITTELPUNKT; VO+V BEZIEHT DIE PHASE G AUF DEN 1.JAN.,              HAMANB         15
C 00.00 UHR (VGL. J/V-TAFEL).                                                    HAMANB         16
C HAMANB RUFT EIN WEITERES PROGRAMMSYSTEM AUF.                                    HAMANB         17
C                                                                                   HAMANB         18
C AUSGEGEBEN WERDEN:                                                             HAMANB         19
C 1. DIE HARMONISCHEN KONSTANTEN H UND G,                                         HAMANB         20
C SOWIE EIN MITTLERER WASSERSTAND RO.                                             HAMANB         21
C DIE PHASEN G SIND DABEI AUF DIE ZEITZONE BEZOGEN, IN                           HAMANB         22
C DER DIE MESSUNG AUSGEDRUECKT IST. DIES GESCHIEHT UEBER                        HAMANB         23
C DAS ANFANGSDATUM.                                                              HAMANB         24
C 2. EBENFALLS AUF DEN ARRAYS H UND G DIE AMPLITUDEN UND PHASEN DER            HAMANB         25
C GANGTERME, SOWIE EIN LINEARER ANSTIEG.                                         HAMANB         26
C WEITERES S.U.                                                                  HAMANB         27
C                                                                                   HAMANB         28
C                                                                                   HAMANB         29
C FUER DIE AUSGLEICHUNG NACH DER METHODE DER KL. QUADRATE WIRD                    HAMANB         30
C EIN VERFAHREN BENUTZT (ANDERS ALS BEI SUBR. HAMANA!), DAS VON                    HAMANB         31
C M.A. EFROYMSON IN "MATHEMATICAL METHODS FOR DIGITAL COMPUTERS",                HAMANB         32
C 1965, ED. BY A.RALSTON + H.S.WILF, BESCHRIEBEN IST.                          HAMANB         33
C DIES VERFAHREN WURDE AUCH VON K.MUNKELT FUER DIE "GROSSE                       HAMANB         34
C WINDSTAUANALYSE" EINGESETZT. IN DIESEM VERFAHREN WERDEN NACH                  HAMANB         35
C EINEM GEWISSEN AUTOMATISMUS NUR DIE GLIEDER IN DIE AUSGLEICHUNG                HAMANB         36
C AUFGENOMMEN, DIE IN EINEM BESTIMMTEN SINNE "SIGNIFIKANT" SIND.                HAMANB         37
C DIE PARAMETER, MIT DER DIE SIGNIFIKANZ GESTEUERT WIRD, SIND:                  HAMANB         38
C F,NF UND TOL. DIE IN DER CCL-PROCEDUR *HARANB* EINGESTELLTEN                  HAMANB         39
C WERTE FUER DIESE PARAMETER HABEN SICH ALS BRAUCHBAR ERWIESEN.                 HAMANB         40
C                                                                                   HAMANB         41
C                                                                                   HAMANB         42
C PARAMETER:                                                                       HAMANB         43
C EINGABE:                                                                           HAMANB         44
C N: ANZAHL DER TIDEN                                                              HAMANB         45
C IPG: SEITENZAHL DER J/V TAFEL DER TIDEN                                         HAMANB         46
C NMAX: ANZAL DER MESSWERTE, UNGERADE                                             HAMANB         47
C X: ARRAY DER MESSWERTE, GLEICHABSTAENDIG                                        HAMANB         48
C DT1: DEREN ABSTAND IN MINUTEN                                                   HAMANB         49
C NA,NE : MESSWERTE UND SYNTHESE WERDEN ZUM VERGLEICH VON                         HAMANB         50
C          NA BIS NE AUSGEDRUCKT                                                  HAMANB         51
C          DABEI WIRD FEHLERVERTEILUNG BERECHNET                                HAMANB         52
C          UND AUDGEDRUCKT, DABEI WIRD ARRAY DER MESSWERTE ZERSTOERT!            HAMANB         53
C          BEI NA=NE KEINE FEHLERVERTEILUNG, MESSWERTE NICHT ZERSTOERT            HAMANB         54
C JA,MA,ITA,ISA,IMINA: ANFANGSDATUM DER MESSREIHE                                HAMANB         55
C NR: GESAMTE ANZAHL DER TERME (TIDEN+GANG)                                       HAMANB         56
C TOL: SIGNIFIKANZPARAMETER, WERTE VON PROC. HARANB                               HAMANB         57
C NF: REAL, "                                                                       HAMANB         58
C F: "                                                                               HAMANB         59
C                                                                                   HAMANB         60
C ANZAHL DER GANGTERME IST DANN NG = NR - N                                       HAMANB         61
C                                                                                   HAMANB         62
C                                                                                   HAMANB         63
C AUSGABE:                                                                           HAMANB         64
C SGMA: WINKELGESCHW. IN GRD/STD, AUSGABE (ARRAY)                                HAMANB         65
C RO: MITTLERER WASSERSTAND IM ANALYSENZEITRAUM                                  HAMANB         66
C H,G: HARMONISCHE KONSTANTEN, AUSGABE (H UND G ARRAYS)                           HAMANB         67
C ARRAYELEMENTE 1...N SIND DIE HARMONISCHEN KONSTANTEN                           HAMANB         68
C          DER TIDEN                                                            HAMANB         69
C          ARRAYELEMENTE N+1...N+NG SIND AMPLITUDE UND PHASEN                    HAMANB         70
C          DER GANGTERME                                                         HAMANB         71
C          ---FORMEL FUER WASSERSTAND S.U.---                                     HAMANB         72
C BO, DBO: LINEARER ANSTIEG DES GANGTEILS (IN CM/STUNDE),                       HAMANB         73
C          DBO DESSEN FEHLER                                                    HAMANB         74

```

| | | | | |
|---|--------------|--|--------|-----|
| C | ROS: | EIN FIKTIVER MITTLERER WASSERSTAND ZUM 1. JAN. DES ANALY- | HAMANB | 75 |
| C | | SENJAHRES, BERECHNET AUS RO ABZUEGLICH DES AUF DEN 1. JAN. | HAMANB | 76 |
| C | | EXTRAPOLIERTEN LINEAREN ANSTIEGS. SINN: HIERMIT KANN | HAMANB | 77 |
| C | | DIE BEOBSACHTUNGSREIHE REPRODUZIERT WERDEN, WENN T VOM | HAMANB | 78 |
| C | | 1. JAN. AN GERECHNET WIRD UND DER GANG MIT ANGESETZT WIRD. | HAMANB | 79 |
| C | DRO,DR,DPHI: | FEHLER (DR, DPHI ARRAYS) | HAMANB | 80 |
| C | VOV: | VO + V AUS DER TAFEL (ARRAY) FUER 1. JAN. 00.00 UHR | HAMANB | 81 |
| C | V: | V AUS DER TAFEL (ARRAY) (ANALYSENMITTE) | HAMANB | 82 |
| C | RJ: | J AUS DER TAFEL (ARRAY) (ANALYSENMITTE) | HAMANB | 83 |
| C | VV: | FEHLER DER EINZELMESSUNG | HAMANB | 84 |
| C | TIDEN: | BEZEICHNUNG DER PARTIALTIDEN IN CHARACTERDARSTELLUNG, | HAMANB | 85 |
| C | | IM RUFENDEN PROGRAMM MUSS ERKLAERT SEIN: | HAMANB | 86 |
| C | | CHARACTER TIDEN(128)*10, INDEX VON TIDEN IST DIE | HAMANB | 87 |
| C | | SEITENZAHL DER J/V TAFEL, TIDEN(I) KANN MIT | HAMANB | 88 |
| C | | FORMAT (A10) GEDRUCKT WERDEN. | HAMANB | 89 |
| C | | | HAMANB | 90 |
| C | | DARSTELLUNG DES WASSERSTANDES IST WIE FOLGT: | HAMANB | 91 |
| C | | | HAMANB | 92 |
| C | | F(T) = TIDENTEIL + GANGTEIL + LINEARER TEIL + KONST. | HAMANB | 93 |
| C | | | HAMANB | 94 |
| C | | $F(T) = \sum_{J=1}^N (H(J)*RJ(J)*\cos(SGMA(J)*T+VOV(J)-G(J))) +$ | HAMANB | 95 |
| C | | | HAMANB | 96 |
| C | | | HAMANB | 97 |
| C | | $+ \sum_{J=1}^{NG} (H(J+N)*\cos(J*OMEGA*T+G(J+N))) + 80*T + ROS$ | HAMANB | 98 |
| C | | | HAMANB | 99 |
| C | | | HAMANB | 100 |
| C | | | HAMANB | 101 |
| C | OMEGA | = GRUNDSCHWINGUNG DER FOURIERENTWICKLUNG | HAMANB | 102 |
| C | | | HAMANB | 103 |
| C | | | HAMANB | 104 |
| C | OMEGA | = 2*PI/((NMAX-1)*DT), DT = DT1/60.0 | HAMANB | 105 |
| C | | | HAMANB | 106 |
| C | | T GERECHNET VOM 1. JAN AN IN STUNDEN. | HAMANB | 107 |
| C | | | HAMANB | 108 |
| C | | SOLL NUR DER TIDENTEIL ALLEIN BERUECKSICHTIGT WERDEN, DANN | HAMANB | 109 |
| C | | DANN ENTFALLEN DER GANGTEIL UND DAS LINEARE GLIED. AUSSER- | HAMANB | 110 |
| C | | DEM IST DANN ROS DURCH AO ZU ERSETZEN. | HAMANB | 111 |
| C | | | HAMANB | 112 |
| C | | | HAMANB | 113 |
| C | | AUF DEN ARRAYS H UND G WERDEN TIDEN UND GANGTERME AUSGEGEBEN. | HAMANB | 114 |
| C | | DIE ERSTEN N ELEMENTE VON H UND G SIND DIE HARMONISCHEN | HAMANB | 115 |
| C | | KONSTANTEN DER TIDEN, DANACH KOMMEN NG GANGTERME. | HAMANB | 116 |
| C | | | HAMANB | 117 |
| C | | WENN DR IN GROESSENORDNUNG H KOMMT, WIRD DPHI = 0. GESETZT | HAMANB | 118 |
| C | | | HAMANB | 119 |
| C | | IM RUFENDEN PROGR. MUESSEN FOLGENDE DIMENSIONS GEGEBEN SEIN: | HAMANB | 120 |
| C | | DIMENSION VOV(N),V(N),RJ(N),IPG(N),H(NR),G(NR),X(NMAX),SGMA(N) | HAMANB | 121 |
| C | | DIMENSION DR(NR), DPHI(NR) | HAMANB | 122 |
| C | | CHARACTER TIDEN(128)*10 | HAMANB | 123 |
| C | | | HAMANB | 124 |
| C | | BEISPIEL FUER DIE BENUTZUNG VON HAMANB: | HAMANB | 125 |
| C | | PROGR. HARANB, GERUFEN VON CCL-PROC. HARANB, | HAMANB | 126 |
| C | | VORHANDEN AUF FILE PANPROC/UN=HYPAN. | HAMANB | 127 |
| C | | | HAMANB | 128 |
| C | | | HAMANB | 129 |
| C | | URALTES PROGRAMM VON 1973, NEUFASSUNG: | HAMANB | 130 |
| C | | PAN, JUNI 1985 | HAMANB | 131 |
| C | | | HAMANB | 132 |

```

HARANA
PROGRAM HARANA(INPUT,OUTPUT,TAPE60,TAPE70,TAPE80,TAPE62)
C
C PANSCH, HARMONISCHE ANALYSE VON GEZEITEN UND GEZEITENSTROEMEN,
C GERUFEN VON CCL-PROCEDUR HARANA.
C
C UNTERPROGRAMMSATZ FUER HARMONISCHE ANALYSEN *HAMANA* WIRD GERUFEN,
C SOURCE-PROGRAMME AUF FILE *PANPROG/UN=HYPAN*,
C UEBERSETZTER UNTER-PROGRAMMSATZ AUF REL-FILE *HYLIB/UN=HYLIB*
C UEBERSETZTES HAUPTPROGRAMM AUF FILE *PANRELB/UN=HYPAN*.
C
C FUER DIE BEOBACHTUNGSDATEN SIND 2 STRUKTUREN MOEGLICH,
C (SIEHE SUBR. INPUT):
C 1. GENORMTE DATENSAETZE FUER GLEICHABSTAENDIGE BEOBACHTUNGEN,
C KLEINSTMOEGLICHES DELTA-T (DT) IST 1 MINUTE,
C EINLESEPROGRAMM IST SUBR. RDJR,
C BESCHREIBUNGEN DER DATENSAETZE SIEHE DORT.
C SOLCHE DATENSAETZE ENTSTEHEN Z.B. BEI DER DIGITALISIERUNG VON
C PEGELBOEGEN AM *MOP-DIGIPLAN* GERAET UEBER DAS PROGRAMMSYSTEM
C *JAHRPG*, *SUBR. STDOUT*.
C 2. SONDERFORMAT FUER BEOBACHTUNGEN AUS SPANIEN,
C (SIEHE SUBR. INPUT):
C UMSCHALTUNG AUF DIE RICHTIGE DATENSTRUKTUR GESCHIEHT
C MITTELS PARAMETER *FM* VON DER CCL-PROC. *HARANA*
C
C HARANA IST SO KONSTRUIERT, DASS BEOBACHTUNGEN FUER HOECHSTENS 1
C KALENDERJAHR EINGELESEN WERDEN. WENN BEOBACHTUNGSREIHEN VORLIEGEN,
C IN DENEN EIN JAHRESWECHSEL VORKOMMT, IST ES ZWECKMAESSIG, DEN EIN-
C GABETEIL VON HARANA (Z.B. UEBER SUBR. INPUT) ENTSPRECHEND ZU
C AENDERN ODER SUBR. HAMANA DIREKT ZU BENUTZEN.
C
C PARAMETER WIE:
C PEGELNR., NAME DER EINGABEDATEI, DEREN USER-NR., ANFANGSDATUM,
C FORMATPARAMETER, SEITENZAHLEN DER J/V-TAFEL FUER DIE PARTIALTIDEN
C WERDEN UEBER DEN FILE *INPUT*, AM BESTEN MITTELS DER
C CCL-PROC. *HARANA* VOM PROGRAMM UEBERNOMMEN.
C HIERFUER ENTHAELT DAS PROGR. FOLGENDE READ-STATEMENTS, DIE VON
C DER CCL-PROC. ERFUELLT WERDEN (NFMT IST DER FORMAT-SCHALTER):
C C INPUT STATIONSNR. MITTLEREN WASSERSTAND IN METERN, NAME DES EINGABE
C C FILES UND DESSEN USER-NR.
C READ *, ISTN, XMT, JF, UN
C READ *, NA, NE
C C READ ANFANGSDATUM DER MESSUNG
C READ *, JA, MA, ITA, ISA, IMINA
C 105 N = N + 1
C READ 110, ENDE, IPG(N), NFMT
C 110 FORMAT(A3,6X,I3,28X,I2)
C IF(ENDE.NE.TENDE) GOTO 105
C
C BEDEUTUNG EINIGER PARAMETER:
C NMAX = ANZAHL DER EINGELESENEN BEOBACHTUNGEN
C NMAX MUSS UNGERADE SEIN
C NA, NE = ANFANG UND ENDE DES AUSDRUCKS
C NUR WENN NA.GT.NE IST, GIBT ES EINE FEHLERVERTEILUNG,
C WOBEI DANN JEDOCH DER ARRAY DER BEOBACHTUNGEN ZER-
C STOERT WIRD.
C DT = ABSTAND DER MESSUNGEN IN MINUTEN
C IPG(N) = TIDEN UEBER SEITENZAHL DER J/V TAFEL IDENTIFIZIERT
C
C WEITERE DATEN ZUR STEUERUNG DES INPUTS WERDEN GESTEUERT
C DURCH PARAMETER NFMT ( = FM IN PROCEDUR HARANA), VGL.
C SUBROUTINE INPUT.
C
C DIE DIMENSIONIERUNG REICHT FUER:
C 61 PARTIALTIDEN, 18500 BEOBACHTUNGEN
C !!!!! KEINE SICHERUNG GEGEN UEBERLAUF !!!!!
C
C OUTPUT:
C AMPLITUEDEN UND PHASEN WERDEN MITTELS VO+V UND J AUF HARMONISCHE
C KONSTANTEN UMGERECHNET
C SIGMA: WINKELGESCHW. IN GRD/STD, WIRD VON HAMANA BERECHNET
C DIE ASTRONOMISCHEN KONSTANTEN (VO+V) UND J WERDEN IM PROGRAMM
C HAMANA BERECHNET UND VON HARANA AUSGEGEBEN FUER DAS ANFANGSJAHR
C DER BEOBACHTUNGSREIHE.
C DRO, DR, DPHI: FEHLER
C VV : FEHLER EINER MESSUNG
C LISTE DER HARM. KONST. UND HISTOGRAMM DER FEHLER UEBER TAPE80
C TAPE70 GIBT HARM.KONSTANTEN SOWIE VO+V UND J IM GENORMTEN
C FORMAT "BIRKNER" AUS.
C TAPE70 BEKOMMT RECORDNAMEN UND KOMMENTARZEILEN
C KOMMENTARZEILEN DEFINIERT DURCH ." AM ANFANG,
C TAPE70 KANN UEBER CCL-PROC.*HARANA* AUF FILE GESAMMELT WERDEN.

```

```

HARANB
PROGRAM HARANB(INPUT,OUTPUT,TAPE60,TAPE70,TAPE80,TAPE62) HARANB 1
C PANSCH, HARMONISCHE ANALYSE VON GEZEITEN UND GEZEITENSTROEMEN HARANB 2
C MIT GANG-DARSTELLUNG DURCH LINEARES GANGGLIED UND NG HARANB 3
C TERME EINER FOURIERREIHE. HARANB 4
C GERUFEN VON CCL-PROCEDUR HARANB. HARANB 5
C HARANB 6
C UNTERPROGRAMMSATZ FUER HARMONISCHE ANALYSEN *HAMANB* WIRD GERUFEN, HARANB 7
C SOURCE-PROGRAMME AUF FILE *PANPROG/UN=HYPAN*, HARANB 8
C UEBERSETZTER UNTER-PROGRAMMSATZ AUF REL-FILE *HYLIB/UN=HYLIB* HARANB 9
C UEBERSETZTES HAUPTPROGRAMM AUF FILE *PANRELB/UN=HYPAN*. HARANB 10
C HARANB 11
C FUER DIE BEOBACHTUNGSDATEN SIND 2 STRUKTUREN MOEGELICH, HARANB 12
C (SIEHE SUBR. INPUT): HARANB 13
C 1. GENORMTE DATENSAETZE FUER GLEICHABSTAENDIGE BEOBACHTUNGEN, HARANB 14
C KLEINSTMOEGLICHES DELTA-T (DT) IST 1 MINUTE, HARANB 15
C EINLESEPROGRAMM IST SUBR. RDJR, HARANB 16
C BESCHREIBUNGEN DER DATENSAETZE SIEHE DORT. HARANB 17
C SOLCHE DATENSAETZE ENTSTEHEN Z.B. BEI DER DIGITALISIERUNG VON HARANB 18
C PEGELBOEGEN AM *MOP-DIGIPLAN* GERAET UEBER DAS PROGRAMMSYSTEM HARANB 19
C *JAHRPG*, *SUBR. STDOUT*. HARANB 20
C 2. SONDERFORMAT FUER BEOBACHTUNGEN AUS SPANIEN, HARANB 21
C (SIEHE SUBR. INPUT): HARANB 22
C UMSCHALTUNG AUF DIE RICHTIGE DATENSTRUKTUR GESCHIEHT HARANB 23
C MITTELS PARAMETER *FM* VON DER CCL-PROC. *HARANB* HARANB 24
C HARANB 25
C HARANB IST SO KONSTRUIERT, DASS BEOBACHTUNGEN FUER HOECHSTENS 1 HARANB 26
C KALENDERJAHR EINGELESEN WERDEN. WENN BEOBACHTUNGSREIHEN VORLIEGEN, HARANB 27
C IN DENEN EIN JAHRESWECHSEL VORKOMMT, IST ES ZWECKMAESSIG, DEN EIN- HARANB 28
C GABETEIL VON HARANB (Z.B. UEBER SUBR. INPUT) ENTSPRECHEND ZU HARANB 29
C AENDERN ODER SUBR. HAMANB DIREKT ZU BENUTZEN. HARANB 30
C HARANB 31
C PARAMETER WIE: HARANB 32
C PEGELNR., NAME DER EINGABEDATEI, DEREN USER-NR., ANFANGSDATUM, HARANB 33
C FORMATPARAMETER, SEITENZAHLEN DER J/V-TAFEL FUER DIE PARTIALTIDEN HARANB 34
C WERDEN UEBER DEN FILE *INPUT*, AM BESTEN MITTELS DER HARANB 35
C CCL-PROC. *HARANB* VOM PROGRAMM UEBERNOMMEN. HARANB 36
C HIERFUER ENTHAEHLT DAS PROGR. FOLGENDE READ-STATEMENTS, DIE VON HARANB 37
C DER CCL-PROC. ERFUELLT WERDEN (NFMT IST DER FORMAT-SCHALTER): HARANB 38
C C INPUT STATIONSNR. MITTLEREN WASSERSTAND IN METERN, NAME DES EINGABEHARANB 39
C C FILES, DESSEN USER-NR., UND TOLERANZGROESSEN FUER ABRUCH DER ITERAHARANB 40
C C TION HARANB 41
C READ *, NG, ISTN, XMT, JF, UN, TOL, NF, F HARANB 42
C READ *, ISTN, XMT, JF, UN HARANB 43
C READ *, NA, NE HARANB 44
C C READ ANFANGSDATUM DER MESSUNG HARANB 45
C READ *, JA, MA, ITA, ISA, IMINA HARANB 46
C 105 N = N + 1 HARANB 47
C READ 110, ENDE, IPG(N), NFMT HARANB 48
C 110 FORMAT(A3,6X,I3,28X,I2) HARANB 49
C IF(ENDE.NE.TENDE) GOTO 105 HARANB 50
C HARANB 51
C BEDEUTUNG EINIGER PARAMETER: HARANB 52
C NMAX = ANZAHL DER EINGELESENEN BEOBACHTUNGEN HARANB 53
C NMAX MUSS UNGERADE SEIN HARANB 54
C NA, NE = ANFANG UND ENDE DES AUSDRUCKS HARANB 55
C NUR WENN NA.GT.NE IST, GIBT ES EINE FEHLERVERTEILUNG, HARANB 56
C WOBEI DANN JEDOCH DER ARRAY DER BEOBACHTUNGEN ZER- HARANB 57
C STOERT WIRD. HARANB 58
C DT = ABSTAND DER MESSUNGEN IN MINUTEN HARANB 59
C IPG(N) = TIDEN UEBER SEITENZAHLE DER J/V TAFEL IDENTIFIZIERT HARANB 60
C NG = ANZAHL DER GEFORDERTEN GANGTERME HARANB 61
C TOL, NF(REAL), F SIND GROESSEN, DIE FUER STEUERUNG DER ITERATION HARANB 62
C DER AUSGLEICHUNG BENOETIGT WERDEN, WERTE SIEHE CCL.-PROC. HARANB, HARANB 63
C DIE DORT ANGEGEBENEN HABEN SICH BEWAEHRT. HARANB 64
C HARANB 65
C WEITERE DATEN ZUR STEUERUNG DES INPUTS WERDEN GESTEUERT HARANB 66
C DURCH PARAMETER NFMT ( = FM IN PROCEDUR HARANB), VGL. HARANB 67
C SUBROUTINE INPUT. HARANB 68
C HARANB 69
C DIE DIMENSIONIERUNG REICHT FUER: HARANB 70
C 61 PARTIALTIDEN, PARTIALTIDEN + GANGTERME LT.70, HARANB 71
C 18500 BEOBACHTUNGEN HARANB 72
C !!!!!!! KEINE SICHERUNG GEGEN UEBERLAUF !!!!!!! HARANB 73

```

| | | | |
|---|--|--------|----|
| C | | HARANB | 74 |
| C | OUTPUT: | HARANB | 75 |
| C | AMPLITUDEN UND PHASEN WERDEN MITTELS VO+V UND J AUF HARMONISCHE | HARANB | 76 |
| C | KONSTANTEN UMGERECHNET | HARANB | 77 |
| C | SIGMA: WINKELGESCHW. IN GRD/STD, WIRD VON HANANB BERECHNET | HARANB | 78 |
| C | DIE ASTRONOMISCHEN KONSTANTEN (VO+V) UND J WERDEN IM PROGRAMM | HARANB | 79 |
| C | HAMANB BERECHNET UND VON HARANB AUSGEGEBEN: | HARANB | 80 |
| C | J UND V FUER ANALYSENMITTE, VO+V FUER 1. JAN. DES ANFANGSJAHRES | HARANB | 81 |
| C | DER BEOBACHTUNGSREIHE. | HARANB | 82 |
| C | DRO, DR, DPHI: FEHLER | HARANB | 83 |
| C | VV : FEHLER EINER MESSUNG | HARANB | 84 |
| C | LISTE DER HARM. KONST. UND HISTOGRAMM DER FEHLER UEBER TAPE80 | HARANB | 85 |
| C | TAPE70 GIBT HARM.KONSTANTEN SOWIE VO+V UND J IM GENORMTEN | HARANB | 86 |
| C | FORMAT "BIRKNER" AUS. | HARANB | 87 |
| C | DIE ERSTEN N GLIEDER VON H UND G SIND DIE HARMONISCHEN KONSTANTEN, | HARANB | 88 |
| C | DANACH KOMMEN AUF H UND G DIE NG GANGTERME UND DAS ZUGEHORIGE | HARANB | 89 |
| C | OMEGA*I (GRAD/STUNDE), I=1...NG | HARANB | 90 |
| C | | HARANB | 91 |
| C | TAPE70 BEKOMMT RECORDNAMEN UND KOMMENTARZEILEN | HARANB | 92 |
| C | KOMMENTARZEILEN DEFINIERT DURCH .* AM ANFANG, | HARANB | 93 |
| C | TAPE70 KANN UEBER CCL-PROC.*HARANB* AUF FILE GESAMMELT WERDEN. | HARANB | 94 |
| C | | HARANB | 95 |
| C | AUSFUEHRLICHE BESCHREIBUNG SIEHE SUBR. HANANB. | HARANB | 96 |
| C | | HARANB | 97 |
| C | ALTES PROGRAMM, NEUFASSUNG: PAN, JUNI 1985 | HARANB | 98 |
| C | | HARANB | 99 |

87/12/17.

INPUT

| | | | |
|---|---|-------|----|
| | SUBROUTINE INPUT(ISTN, NMAX, X, JA, MA, ITA, ISA, IMINA, 1 NFMT, IST, JF, UN, DT) | INPUT | 1 |
| | INPUT, GLEICHABSTAENDIGE WASSERSTAENDE, Z.B. STUENDLICHE ODER HALBSTUENDLICHE WERTE. | INPUT | 2 |
| C | WIRD BENUTZT FUER PROGRAMM HARANA UND AEHNLICHES. | INPUT | 3 |
| C | | INPUT | 4 |
| C | EINGABE KANN IN ZWEI VERSCHIEDENEN VERSIONEN ERFOLGEN, UEBER DEN PARAMETER NFMT GESTEUERT: | INPUT | 5 |
| C | | INPUT | 6 |
| C | 1.: NFMT = 0 | INPUT | 7 |
| C | DANN EINGABE VON GENORMTEN WASSERSTANDSRECORDS (Z.B. DEN AUS PEGELBOGENABLESUNGEN AM MOP-DIGIPLAN ENTSTANDENEN JAHRESRECORDS), DAFUER WIRD SUBR. RDJR AUFGERUFEN. | INPUT | 8 |
| C | DATENEINGABE VON FILE JF UNTER USER-NR. UN | INPUT | 9 |
| C | | INPUT | 10 |
| C | 2.: NFMT NICHT 0 | INPUT | 11 |
| C | DANN EINGABE VON STUENDLICHEN WERTEN IM SOG. "SPANIEN"-FORMAT. | INPUT | 12 |
| C | DIE FORMAT-DATEN MUESSEN DANN AUF TAPE62 STEHEN: | INPUT | 13 |
| C | 1. FMT3 = FORMAT FUER ANZAHL DER WERTE PRO DATENZEILE | INPUT | 14 |
| C | 2. FMT10 = FORMAT DER DATENZEILEN | INPUT | 15 |
| C | 3. NMT = ANZAHL DER WASSERSTAENDE PRO DATENZEILE | INPUT | 16 |
| C | | INPUT | 17 |
| C | DIE DATEN WERDEN IM "SPANIEN"-FORMAT VOM TAPE60 GEFORDERT. | INPUT | 18 |
| C | | INPUT | 19 |
| C | DER PARAMETER NFMT KOMMT UEBER DAS RUFENDE PROGRAMM, Z.B UEBER CCL-PROCEDUR (BEISPIEL: HARANA) | INPUT | 20 |
| C | | INPUT | 21 |
| C | | INPUT | 22 |
| C | | INPUT | 23 |
| C | | INPUT | 24 |
| C | | INPUT | 25 |
| C | | INPUT | 26 |
| C | | INPUT | 27 |
| C | | INPUT | 28 |
| C | | INPUT | 29 |
| C | | INPUT | 30 |
| C | NEUFASSUNG: PAN, JAN. 1985 | INPUT | 31 |
| C | | INPUT | 32 |


```

RDJR          SUBROUTINE RDJR(PEG4,JAHR,JF,UN,DT,NTA,NTE,IFL,IHH,HH,IO,I9,COMME)RDJR          1
C              RDJR          2
C              RDJR - READ JAHRESRECORDS          RDJR          3
C              RDJR          4
C              LESEN VON WASSERSTANDSRECORDS, GLEICHABSTAENDIGE WERTE,          RDJR          5
C              Z.B. STUENDLICHE ODER HALBSTUENDLICHE WASSERSTAENDE.          RDJR          6
C              RDJR          7
C              SOLCHE RECORDS KOENNEN Z.B. MIT PROGRAMM UND CCL-PROCEDURE          RDJR          8
C              *JAHRPG* ERZEUGT WERDEN. JAHRPG VERARBEITET DIE WASSERSTAENDE,          RDJR          9
C              DIE AUS PEGELBOEGEN AM MOP-DIGIPLAN GERAET ABGELESEN WERDEN.          RDJR         10
C              DAMIT DIE WASSERSTANDSKURVE GENAU GENUG WIEDERGEGEBEN WIRD, SIND          RDJR         11
C              DIE PROGRAMME (STDBOG) AUF HALBSTUENDLICHE WERTE VOREINGESTELLT.          RDJR         12
C              RDJR         13
C              ES WERDEN AUCH RECORDS GELESEN, DIE DIREKT MIT *SUBR. STDOUT*          RDJR         14
C              AUSGEGEBEN WURDEN.          RDJR         15
C              RDJR         16
C              AUFBAU DER RECORDS:          RDJR         17
C              RDJR         18
C              JEDES RECORD ENTHAELT FUER EINEN PEGEL EIN JAHR WASSERSTAENDE. DER          RDJR         19
C              RECORDNAME IST WIE BEI DEN RECORDS DER EXTREMWERTE (WASSERSTANDS-          RDJR         20
C              LISTEN) AUS HAFENNAMEN ( = 4-STELLIG) UND JAHR ( = 3-STELLIG)          RDJR         21
C              ZUSAMMENGESETZT. AUS GRUENDEN DER KOMPATIBILITAET MIT FRUEHEREN          RDJR         22
C              STUENDLICHEN WERTEN SIND DIE LETZTEN BEIDEN TAGE DES VORJAHRES          RDJR         23
C              UND DIE ERSTEN BEIDEN TAGE DES FOLGEJAHRES EBENFALLS IM RECORD          RDJR         24
C              ENTHALTEN. DAHER ERHAELT DER 1. JANUAR IMMER DIE TAGESNR. 3.          RDJR         25
C              RDJR         26
C              JEDES RECORD BESTEHT AUS 2 TEILEN:          RDJR         27
C              RDJR         28
C              1. KOPF          RDJR         29
C              2. DATEN          RDJR         30
C              RDJR         31
C              ZU 1. KOPF:          RDJR         32
C              RDJR         33
C              1.) RECORDNAME UND KOMMENTARZEILEN          RDJR         34
C              1. ZEILE RECORDNAME          RDJR         35
C              2. BELIEBIG VIELE (AUCH 0) KOMMENTARZEILEN          RDJR         36
C              KOMMENTARZEILEN SIND ZEILEN NACH DEM RECORDNAMEN, DIE          RDJR         37
C              KEINE '(' ALS ERSTES ZEICHEN ENTHALTEN.          RDJR         38
C              DIE ERSTE KOMMENTARZEILE WIRD AUF PARAM. COMME*130 AUSGE-          RDJR         39
C              GEBEN; ZWECK: SIE KANN Z.B. IN DEN PLOTPROGRAMMEN GEPLOT-          RDJR         40
C              TET WERDEN.          RDJR         41
C              2.)ZEILE FORMAT DES DT (FMT1) UND DES MASSSTABFAKTORS (OPTIONAL)          RDJR         42
C              3.)ZEILE FORMAT DER DATEN (FMT2)          RDJR         43
C              4.)ZEILE DT = ABSTAND DER DATEN IN MINUTEN, UND MASSSTABFAK-          RDJR         44
C              TOR, FALLS VORHANDEN          RDJR         45
C              RDJR         46
C              FALLS EIN MASSSTABFAKTOR VORHANDEN IST, WERDEN DIE AUSGEGEBENEN          RDJR         47
C              WERTE DURCH DIESEN FAKTOR DIVIDIERT, ANDERENFALLS WIRD DER          RDJR         48
C              MASSSTABFAKTOR ALS 1.0 ANGENOMMEN.          RDJR         49
C              RDJR         50
C              EINE UNTERSCHIEDUNG, OB ES SICH BEI DEN DATEN UM BEOBACHTUNGEN          RDJR         51
C              ODER BERECHNUNGEN HANDELT, KOENNTE IN DEN KOPF AUFGENOMMEN          RDJR         52
C              WERDEN, IST Z.ZT. NOCH NICHT VORHANDEN.          RDJR         53
C              RDJR         54
C              DAS FORMAT DER DATEN (FMT2) MUSS FOLGENDE BEDINGUNGEN ERFUELLEN:          RDJR         55
C              (ALS BEISPIEL VGL. DIE FORMATE, DIE VON PROC. STDBOG GELIEFERT          RDJR         56
C              WERDEN.)          RDJR         57
C              DIE ZEICHEN * SIND NATUERLICH NICHT IM FORMAT VORHANDEN.          RDJR         58
C              SPALTE 1 BIS 4 MUESSEN ENTHALTEN *(NX,* , WOBEI N EINE ZIFFER          RDJR         59
C              VON 1 BIS 9 IST, BEISPIEL: *(2X,*          RDJR         60
C              RDJR         61
C              SPALTEN 5 BIS 10 MUESSEN DIE FORMATE MIT ABSCHLIESSENDEM *,* FUER          RDJR         62
C              DAS JAHR (IMMER 3-STELLIG) UND DIE TAGESNR. ENTHALTEN          RDJR         63
C              RDJR         64
C              SPALTEN 11 BIS 14 ODER 11 UND 12 ENTHALTEN DIE ANZAHL DER DATEN          RDJR         65
C              PRO ZEILE, ZUM BEISPIEL: 24          RDJR         66
C              RDJR         67
C              SPALTEN 15 BIS 20 ODER 13 BIS 20 ENTHALTEN DAS FORMAT DER WASSER-          RDJR         68
C              STAENDE MIT ABSCHLIESSENDEDER *)*.          RDJR         69
C              RDJR         70
C              SAEMTLICHE ANGABEN IN TYP INTEGER!          RDJR         71
C              RDJR         72
C              ALS BEISPIEL SEI DAS VON STDBOG GEGEBENE FORMAT FMT2 GEGEBEN:          RDJR         73
C              (2X,I3,I3, 24I3)          RDJR         74

```


.PROC,HARANA*I"HARMONISCHE ANALYSE MIT PROGR. HARANA",
 I"FILE DER BEOBACHTUNGEN"=(*F),
 JV"FILE DER SEITENZAHLEN DER TIDEN"=(*F),
 UN"FREMDE USER NR. FUER I UND JV"=(*S5/AD,*N=),
 H"HAFENNR."=(*S4/AD),
 J"JAHR, IN HUNDERTEN"=(*S3/D),
 M"ANFANGSMONAT (1)"=(*S2/D,*N=1),
 TG"ANFANGSTAG (1)"=(*S2/D,*N=1),
 S"ANFANGSSTUNDE (0)"=(*S2/D,*N=0),
 MI"ANFANGSMINUTE (0)"=(*S2/D,*N=0),
 MW"UNGEF. MITTL. WASSERSTAND (0)"=(*S5/D,*N=0),
 O"AUSGABE DER HARM. KONST. (HARKON)"=(*F,*N=HARKON),
 NA"AUSDRUCK BEGINN (KEIN AUSDRUCK)"=(*S6/D,*N=1),
 NE"AUSDRUCK ENDE"=(*S6/D,*N=0),
 L"SAMMELFILE FUER LISTE (OUT8)"=(*F,*N=OUT8),
 T"RECHENZEIT (700)"=(*S4/D,*N=700),
 SC"SERVICEKLASSE (P7)"=(*S2(P34567),*N=P7),
 FM"NICHTGENORMTES FORMAT FUER I (NEIN)"=(0,1,*N=0,*K=1).
 .HELP.

.....
 .* BISHER NEBEN HARANB DIE BESTE
 .* PROCEDURE ZUM FAHREN DER HARMONISCHEN ANALYSE.
 .* ES WERDEN HAUPTPROGRAMM "HARANA" UND UNTERPROGRAMMSYSTEM "HAMANA"
 .* BENUTZT, WEITERE ERLAEUTERUNGEN SIEHE DORT.

| PARAMETER: | VOREINSTELLUNG |
|---|----------------|
| I = FILE DER MESSUNGEN, | |
| JV = FILE MIT DEN SEITENZAHLEN DER PARTIALTIDEN | |
| UN = FREMDE USER-NR. FUER I UND JV | |
| H = HAFEN-NR. | |
| J = JAHR, EINGEBEN IN HUNDERTER-JAHREN, ZB. "974" | |
| M = MONAT, ANFANGSDATUM DER MESSUNG | 1 |
| TG = TAG | 1 |
| S = STUNDE | 0 |
| MI = MINUTE | 0 |
| DATUM VOREINGESTELLT AUF 1. JAN, 00.00 UHR | |
| MW = MITTLERER WASSERSTAND. | 0 |
| NA = BEGINN DES TESTAUSDRUCKS | 1 |
| NE = ENDE DES TESTAUSDRUCKS | 0 |
| O = AUSGABE DER HARMONISCHEN KONSTANTEN (*BIRKNER*) | HARKON |
| L = SAMMELFILE FUER AUSDRUCKE | OUT8 |

WENN NA.GT.NE, DANN ERFOLGT KEIN AUSDRUCK UND KEINE
 FEHLERVERTEILUNG
 VOREINSTELLUNG: KEIN AUSDRUCK, KEINE FEHLERVERTEILUNG

DIESE PROCEDURE ENTSPRICHT DER HARKPK, JEDOCH
 WERDEN DIE SEITENZAHLEN VON FILE JV GELESEN.
 D.H. FILE I ENTHAELT DIE MESSUNGEN UND FILE JV DIE SEITENZAHLEN.

VOR ABSENDEN DES JOBS WIRD XEDIT BZW. FSE AUFGERUFEN MIT
 DEM RECORD DER SEITENZAHLEN, DAMIT MAN AUF DIESE WEISE
 DIE TIDEN AUSWAELHEN KANN, MIT DENEN DIE HARMONISCHE
 ANALYSE GEMACHT WERDEN SOLL.
 BEISPIEL FUER FILE I IST WHVZ.
 PARAMETER WERDEN INTERN AUF FILE INPUT UEBERNOMMEN
 (PARAMETER SIEHE PROGRAMM HARANA).
 SEITENZAHLEN SOLLTEN IM FORMAT "BIRKNER" VORLIEGEN

2 FORMATE FUER EINGABE DER DATEN VON FILE I:
 DIESE WERDEN DURCH PARAMETER FM GESTEUERT:
 FM NICHT ANGEGBEN (D.H. FM=0,VOREINSTELLUNG), DANN WERDEN
 DIE DATEN IM GENORMTEN FORMAT (Z.B. AUS ABLESUNGEN AM
 MOP-DIGIPLAN-GERAET) ANGEFORDERT; DAS EINGABEPROGRAMM IST *SUBR. RDJR*
 RDJR IST SO KONSTRUIERT, DASS DIE BEOBACHTUNGEN HOECHSTENS
 EINES JAHRES EINGELESEN WERDEN. WENN IN DER BEOBACHTUNGSREIHE EIN
 JAHRESWECHSEL AUFTRITT, WIRD EMPFOHLEN, UEBER EIN EIGENES ABGE-
 WANDELTES HAUPTPROGRAMM SUBR. RDJR ENTSPRECHEND MEHRMALS ZU RUFEN
 UND DANN *SUBR. HAMANA* DIREKT ZU BENUTZEN.

FM UNGLEICH 0 ANGEGEBEN:
 DANN WERDEN DIE DATEN IN DER SOG. "SPANIEN"-FORM GEFORDERT.
 HIERFUER MUESSEN DANN FORMAT-DATEN AUF FILE I ALS
 RECORD TEXT/FORMAT VORHANDEN SEIN (VGL. SUBR. INPUT).

AUSGABE:
 TAPE70 ENTHAELT HARMONISCHE KONSTANTEN SOWIE VO+O UND J
 IM BIRKNER-FORMAT, WIRD ANS ENDE VON FILE O KOPIERT,
 FILE O IST ALSO SAMMEL-FILE FUER HARMONISCHE KONSTANTEN.
 HARKON IST VOREINGESTELLT FUER OUTPUT-FILE O.

LISTE WIRD AUF FILE L GESAMMELT, VOREINSTELLUNG OUT8.

SAEMTLICHE SOURCE-PROGR. AUF FILE *PANPROG/UN=HYPAN*,
 UEBERSATZTE PROGRAMME (OPT=2) AUF FILES *HYLIB/UN=HYLIB*
 UND *PANRELB/UN=HYPAN*.

.PROC,HARANB"I"HARMONISCHE ANALYSE MIT PROGR. HARANB",
 I"FILE DER BEOBACHTUNGEN"=(*F),
 JV"FILE DER SEITENZAHLEN DER TIDEN"=(*F),
 UN"FREMDE USER NR. FUER I UND JV"=(*S5/AD,*N=),
 H"HAFENNR."=(*S4/AD),
 J"JAHR, IN HUNDERTEN"=(*S3/D),
 M"ANFANGSMONAT (1)"=(*S2/D,*N=1),
 TG"ANFANGSTAG (1)"=(*S2/D,*N=1),
 S"ANFANGSSTUNDE (0)"=(*S2/D,*N=0),
 MI"ANFANGSMINUTE (0)"=(*S2/D,*N=0),
 MW"UNGEF. MITTL. WASSERSTAND (0)"=(*S5/D,*N=0),
 O"AUSGABE DER HARM. KONST. (HARKON)"=(*F,*N=HARKON),
 NG"ANZAHL DER GANGTERME"=(*S2/D),
 NA"AUSDRUCK BEGINN (KEIN AUSDRUCK)"=(*S6/D,*N=1),
 NE"AUSDRUCK ENDE"=(*S6/D,*N=0),
 L"SAMMELFILE FUER LISTE (OUT8)"=(*F,*N=OUT8),
 T"RECHENZEIT (700)"=(*S4/D,*N=700),
 SC"SERVICEKLASSE (P7)"=(*S2(P34567),*N=P7),
 FM"NICHTGENORMTES FORMAT FUER I (NEIN)"=(0,1,*N=0,*K=1).
 .HELP.

.....
 .
 . MIT "HARANA" DIE Z. ZT. BESTE
 . PROCEDURE ZUM FAHREN DER HARMONISCHEN ANALYSE.
 . HARMONISCHE ANALYSE MIT GANG-TERMEN:
 . GANG BESTEHT AUS LINEAREM GLIED UND NG FOURIERTERMEN.

. ES WERDEN HAUPTPROGRAMM "HARANB" UND UNTERPROGRAMMSYSTEM "HAMANB"
 . BENUTZT, WEITERE ERLAEUTERUNGEN SIEHE DORT.

| PARAMETER: | VOREINSTELLUNG |
|---|----------------|
| I = FILE DER MESSUNGEN, | |
| JV = FILE MIT DEN SEITENZAHLEN DER PARTIALTIDEN | |
| UN = FREMDE USER-NR. FUER I UND JV | |
| H = HAFEN-NR. | |
| J = JAHR, EINGEBEN IN HUNDERTER-JAHREN, ZB. "974" | |
| M = MONAT, ANFANGSDATUM DER MESSUNG | 1 |
| TG = TAG | 1 |
| S = STUNDE | 0 |
| MI = MINUTE | 0 |
| DATUM VOREINGESTELLT AUF 1. JAN, 00.00 UHR | |
| MW = MITTLERER WASSERSTAND. | 0 |
| NG = ANZAHL DER FOURIERTERMEN DES GANGES | |
| NA = BEGINN DES TESTAUSDRUCKS | 1 |
| NE = ENDE DES TESTAUSDRUCKS | 0 |
| O = AUSGABE DER HARMONISCHEN KONSTANTEN (*BIRKNER*) | HARKON |
| L = SAMMELFILE FUER AUSDRUCKE | OUT8 |

. WENN NA.GT.NE, DANN ERFOLGT KEIN AUSDRUCK UND KEINE
 . FEHLERVERTEILUNG
 . VOREINSTELLUNG: KEIN AUSDRUCK, KEINE FEHLERVERTEILUNG

. DIESE PROCEDURE ENTSPRICHT DER HARKPK, JEDOCH
 . WERDEN DIE SEITENZAHLEN VON FILE JV GELESEN.
 . D.H. FILE I ENTHAELT DIE MESSUNGEN UND FILE JV DIE SEITENZAHLEN.

. VOR ABSENDEN DES JOBS WIRD XEDIT BZW. FSE AUFGERUFEN MIT
 . DEM RECORD DER SEITENZAHLEN, DAMIT MAN AUF DIESE WEISE
 . DIE TIDEN AUSWAELHEN KANN, MIT DENEN DIE HARMONISCHE
 . ANALYSE GEMACHT WERDEN SOLL.
 . BEISPIEL FUER FILE I IST WHVZ.

. PARAMETER WERDEN INTERN AUF FILE INPUT UEBERNOMMEN
 . (PARAMETER SIEHE PROGRAMM HARANA).
 . SEITENZAHLEN SOLLTEN IM FORMAT "BIRKNER" VORLIEGEN

. 2 FORMATE FUER EINGABE DER DATEN VON FILE I:
 . DIESE WERDEN DURCH PARAMETER FM GESTEUERT:
 . FM NICHT ANGEGEBEN (D.H. FM=0, VOREINSTELLUNG), DANN WERDEN
 . DIE DATEN IM GENORMTEN FORMAT (Z.B. AUS ABLESUNGEN AM
 . MOP-DIGIPLAN-GERAET) ANGEFORDERT: EINGABEPROGRAMM IST "SUBR. RDJR".
 . RDJR IST SO KONSTRUIERT, DASS DIE BEOBACHTUNGEN HOECHSTENS
 . EINES JAHRES EINGELESEN WERDEN. WENN IN DER BEOBACHTUNGSREIHE EIN
 . JAHRESWECHSEL AUFTRIT, WIRD EMPFOHLEN, UEBER EIN EIGENES ABGE-
 . WANDELTES HAUPTPROGRAMM SUBR. RDJR ENTSPRECHEND MEHRMALS ZU RUFEN
 . UND DANN "SUBR. HAMANB" DIREKT ZU BENUTZEN.

. FM UNGLEICH 0 ANGEGEBEN:
 . DANN WERDEN DIE DATEN IN DER SOG. "SPANIEN"-FORM GEFORDERT.
 . HIERFUER MUESSEN DANN FORMAT-DATEN AUF FILE I ALS
 . RECORD TEXT/FORMAT VORHANDEN SEIN (VGL. SUBR. INPUT)

. AUSGABE:
 . TAPE70 ENTHAELT HARMONISCHE KONSTANTEN SOWIE VO+0 UND J
 . IM BIRKNER-FORMAT, WIRD ANS ENDE VON FILE O KOPIERT.
 . FILE O IST ALSO SAMMEL-FILE FUER HARMONISCHE KONSTANTEN.
 . HARKON IST VOREINGESTELLT FUER OUTPUT-FILE O.

. LISTE AUF FILE L, VOREINSTELLUNG OUT8

. SAEMTLICHE SOURCE-PROGRAMME AUF FILE "PANPROG/UN=HYPAN",
 . UEBERSetzte PROGRAMME (OPT=2) AUF FILE "HYLIB/UN=HYLIB" UND
 . AUF "PANRELB/UN=HYPAN".

B brauchbare harmonische Analyse

HARMONISCHE KONSTANTEN H UND G MIT FEHLERN: UND ASTRON. KONSTANTEN J, V UND VO+V:

| | OMEGA | H | FEHLER | G | FEHLER | J | V | VO+V | |
|-----|-----------|----------------|---------|------|---------|--------|-------|---------|---------|
| 14 | MM | .5443747027 | 6.879 | .378 | 67.491 | 3.112 | 1.013 | 2.447 | 10.337 |
| 15 | MSF | 1.0158957605 | 5.963 | .378 | 70.670 | 3.600 | 1.010 | 7.650 | 46.437 |
| 17 | MF | 1.0980330396 | 5.334 | .377 | 283.380 | 3.785 | 1.070 | -20.773 | 218.191 |
| 24 | Q01 | 12.8542861945 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1.036 | 10.375 | 305.720 |
| 26 | Q1 | 13.3986608972 | 2.641 | .378 | 184.791 | 7.862 | 1.043 | 10.553 | 313.788 |
| 29 | Q1 | 13.9430355999 | 8.553 | .378 | 258.478 | 2.426 | 1.044 | 10.563 | 321.687 |
| 33 | M1 | 14.4920521197 | 2.049 | .378 | 255.297 | 10.885 | .972 | -1.061 | 339.546 |
| 38 | P1 | 14.9589313605 | 3.003 | .378 | 47.930 | 7.223 | .999 | -.541 | 349.370 |
| 41 | K1 | 15.0410686395 | 6.752 | .378 | 52.367 | 3.127 | 1.026 | -8.578 | 1.510 |
| 47 | THE11 | 15.5125896974 | .811 | .378 | 27.744 | 26.304 | 1.016 | -12.931 | 28.056 |
| 50 | S01 | 16.0569644001 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1.036 | -8.941 | 39.935 |
| 52 | 001 | 16.1391016792 | .695 | .378 | 279.192 | 28.930 | 1.077 | -28.396 | 220.658 |
| 56 | SW MNS2 | 27.4238337762 | 2.515 | .378 | 71.185 | 8.680 | .993 | -4.203 | 270.333 |
| 57 | SW 02 | 27.8860711999 | 5.088 | .378 | 283.262 | 3.909 | 1.090 | 21.126 | 283.374 |
| 59 | MUE2 | 27.9682084790 | 14.278 | .378 | 103.378 | 1.523 | .997 | -2.131 | 280.294 |
| 61 | N2 | 28.4397295368 | 20.855 | .381 | 345.855 | 1.051 | .996 | -1.929 | 311.395 |
| 63 | NUE2 | 28.5125831817 | 7.510 | .381 | 327.477 | 2.907 | 1.000 | -2.383 | 287.932 |
| 66 | GAM2 | 28.9112505946 | 4.524 | .381 | 258.645 | 4.847 | .995 | -6.944 | 157.277 |
| 69 | M2 | 28.9841042395 | 140.237 | .381 | 11.961 | .156 | .996 | -2.148 | 319.064 |
| 74 | LAM2 | 29.4556252973 | 4.882 | .379 | 41.060 | 4.474 | .997 | -2.039 | 170.072 |
| 76 | SW 2MN2 | 29.5284789422 | 12.707 | .381 | 215.391 | 1.736 | .989 | -2.368 | 326.734 |
| 78 | S2 | 30.0000000000 | 36.476 | .378 | 80.675 | .594 | 1.000 | .126 | .126 |
| 81 | K2 | 30.0821372791 | 11.703 | .378 | 79.422 | 1.770 | 1.046 | -17.447 | 182.731 |
| 86 | SW 2SM2 | 31.0158957605 | 4.301 | .378 | 309.570 | 5.053 | .997 | 2.400 | 41.187 |
| 89 | SW M03 | 42.9271398394 | 1.426 | .378 | 188.381 | 14.604 | 1.040 | 8.415 | 280.752 |
| 90 | M3 | 43.4761563592 | .000 | .000 | .000 | .000 | .996 | -3.166 | 298.653 |
| 93 | SW S03 | 43.9430355999 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1.044 | 10.689 | 321.813 |
| 94 | SW MK3 | 44.0251728790 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1.022 | -10.727 | 320.575 |
| 96 | SW SK3 | 45.0410686395 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1.026 | -8.452 | 1.636 |
| 100 | SW MN4 | 57.4238337762 | 3.436 | .378 | 236.311 | 6.351 | .993 | -4.077 | 270.459 |
| 101 | SW M4 | 57.9682084790 | 11.303 | .378 | 269.248 | 1.931 | .992 | -4.297 | 278.129 |
| 105 | SW MS4 | 58.9841042395 | 7.358 | .378 | 333.645 | 2.954 | .996 | -2.022 | 319.190 |
| 106 | SW MK4 | 59.0662415186 | 2.402 | .378 | 319.990 | 8.652 | 1.042 | -19.595 | 141.795 |
| 108 | SW S4 | 60.0000000000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1.000 | .252 | .252 |
| 109 | SW SK4 | 60.0821372791 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1.046 | -17.321 | 182.856 |
| 110 | SW 2MN6 | 86.4079380157 | 2.836 | .378 | 116.879 | 7.723 | .989 | -6.225 | 229.523 |
| 111 | SW M6 | 86.9523127184 | 6.439 | .378 | 139.231 | 3.403 | .989 | -6.445 | 237.193 |
| 112 | SW MSN6 | 87.4238337762 | .859 | .378 | 131.437 | 25.423 | .993 | -3.951 | 270.585 |
| 114 | SW 2MS6 | 87.9682084790 | 6.469 | .378 | 196.261 | 3.374 | .993 | -4.171 | 278.255 |
| 115 | SW 2MK6 | 88.0503457580 | 2.051 | .378 | 200.557 | 10.174 | 1.038 | -21.743 | 100.859 |
| 116 | SW 2SM6 | 88.9841042395 | .862 | .378 | 300.819 | 25.203 | .997 | -1.897 | 319.316 |
| 117 | SW MSK6 | 89.0662415186 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1.042 | -19.469 | 141.921 |
| 119 | SW 3MN8 | 115.3920422552 | .790 | .378 | 357.446 | 27.822 | .985 | -8.374 | 188.588 |
| 120 | SW M8 | 115.9364169579 | 1.135 | .378 | 62.270 | 19.375 | .985 | -8.593 | 196.258 |
| 121 | SW 2MSN8 | 116.4079380157 | .000 | .000 | .000 | .000 | .989 | -6.100 | 229.649 |
| 122 | SW 3MS8 | 116.9523127184 | 1.861 | .378 | 103.342 | 11.771 | .989 | -6.319 | 237.319 |
| 123 | SW 2(MS)8 | 117.9682084790 | .000 | .000 | .000 | .000 | .993 | -4.045 | 278.381 |
| 124 | SW 2MSK8 | 118.0503457580 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1.038 | -21.618 | 100.985 |

A0 = 519.4742361 FEHLER = .2672704

GANGTERME

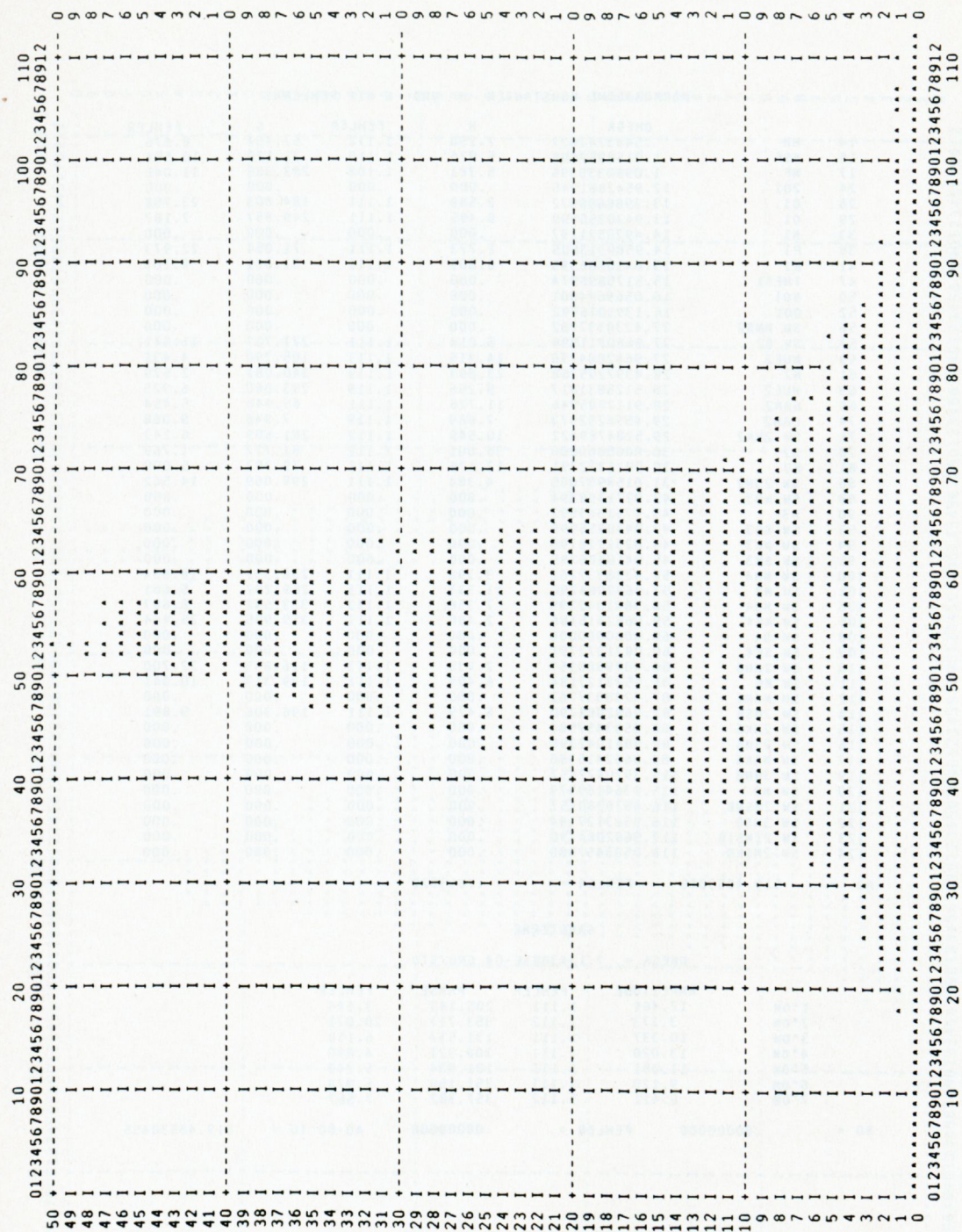
OMEGA = 7.1343083E-04 GRD/STD

| | AMPLITUDE | FEHLER | PHASE | FEHLER |
|------|-----------|--------|---------|--------|
| 1*0M | 17.449 | .378 | 205.177 | 1.241 |
| 2*0M | 3.152 | .378 | 353.717 | 6.878 |
| 3*0M | 10.321 | .378 | 131.463 | 2.099 |
| 4*0M | 13.003 | .378 | 308.865 | 1.666 |
| 5*0M | 11.072 | .378 | 101.845 | 1.958 |
| 6*0M | 9.227 | .378 | 242.404 | 2.350 |

RO = .00000000 FEHLER = .00000000 A0-B0*10 = 519.47423608

C Fehlerverteilung für Anhang B

KURVE
 TRANSFORMATION
 $X = 2.53E+00$ MAL SPALTENNUMMER PLUS $-1.42E+02$
 $Y = 1.44E+01$ MAL ZEILEN-NUMMER PLUS $.00E+00$



HISTOGRAMM DER FEHLERVERTEILUNG ABSZISSENBEREICH = 8 * MITTL. FEHLER
 ANZAHL DER MESSWERTE = 17615
 KONTROLLE: FEHLER EINER MESSUNG = 35.473519

D unbrauchbare harmonische Analyse

HARMONISCHE KONSTANTEN H UND G MIT FEHLERN:

| | | OMEGA | H | FEHLER | G | FEHLER |
|------|-----------|----------------|----------|----------|---------|--------|
| 14 | MM | .5443747027 | 7.250 | 1.112 | 67.454 | 8.676 |
| 15 | MSF | 1.0158957605 | 5.976 | 1.110 | 71.179 | 10.554 |
| 17 | MF | 1.0980330396 | 5.381 | 1.108 | 283.388 | 11.040 |
| 24 | 2Q1 | 12.8542861945 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 26 | Q1 | 13.3986608972 | 2.568 | 1.111 | 184.803 | 23.758 |
| 29 | O1 | 13.9430355999 | 8.485 | 1.111 | 249.857 | 7.187 |
| 33 | M1 | 14.4920521197 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 38 | P1 | 14.9589313605 | 2.773 | 1.111 | 71.054 | 22.973 |
| 41 | K1 | 15.0410686395 | 6.809 | 1.111 | 51.661 | 9.109 |
| 47 | THET1 | 15.5125896974 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 50 | S01 | 16.0569644001 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 52 | 001 | 16.1391016792 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 56 | SW MNS2 | 27.4238337762 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 57 | SW O2 | 27.8860711999 | 5.018 | 1.111 | 277.707 | 11.641 |
| 59 | MUE2 | 27.9682084790 | 14.415 | 1.111 | 105.790 | 4.431 |
| 61 | N2 | 28.4397295368 | 23.893 | 1.119 | 340.081 | 2.679 |
| 63 | NUE2 | 28.5125831817 | 9.256 | 1.119 | 293.060 | 6.925 |
| 66 | GAM2 | 28.9112505946 | 11.726 | 1.111 | 65.946 | 5.454 |
| 74 | LAM2 | 29.4556252973 | 7.089 | 1.119 | 7.946 | 9.068 |
| 76 | SW 2MN2 | 29.5284789422 | 10.549 | 1.112 | 201.609 | 6.143 |
| 78 | S2 | 30.0000000000 | 36.001 | 1.112 | 81.772 | 1.769 |
| 81 | K2 | 30.0821372791 | 12.176 | 1.111 | 79.392 | 5.000 |
| 86 | SW 2SM2 | 31.0158957605 | 4.384 | 1.111 | 299.069 | 14.562 |
| 89 | SW M03 | 42.9271398394 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 90 | M3 | 43.4761563592 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 93 | SW S03 | 43.9430355999 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 94 | SW MK3 | 44.0251728790 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 96 | SW SK3 | 45.0410686395 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 100 | SW MN4 | 57.4238337762 | 3.398 | 1.111 | 236.352 | 18.864 |
| 101 | SW M4 | 57.9682084790 | 11.333 | 1.111 | 269.297 | 5.661 |
| 105 | SW MS4 | 58.9841042395 | 7.356 | 1.111 | 333.541 | 8.687 |
| 106 | SW MK4 | 59.0662415186 | 2.400 | 1.111 | 319.995 | 25.444 |
| 108 | SW S4 | 60.0000000000 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 109 | SW SK4 | 60.0821372791 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 110 | SW 2MN6 | 86.4079380157 | 2.835 | 1.111 | 116.855 | 22.700 |
| 111 | SW M6 | 86.9523127184 | 6.409 | 1.111 | 139.313 | 10.041 |
| 112 | SW MSN6 | 87.4238337762 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 114 | SW 2MS6 | 87.9682084790 | 6.479 | 1.111 | 196.306 | 9.891 |
| 115 | SW 2MK6 | 88.0503457580 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 116 | SW 2SM6 | 88.9841042395 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 117 | SW MSK6 | 89.0662415186 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 119 | SW 3MN8 | 115.3920422552 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 120 | SW M8 | 115.9364169579 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 121 | SW 2MSN8 | 116.4079380157 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 122 | SW 3MS8 | 116.9523127184 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 123 | SW 2(MS)8 | 117.9682084790 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| 124 | SW 2MSK8 | 118.0503457580 | .000 | .000 | .000 | .000 |
| A0 = | | 519.4853045 | FEHLER = | .7853822 | | |

GANGTERME

OMEGA = 7.1343083E-04 GRD/STD

| | AMPLITUDE | FEHLER | PHASE | FEHLER | | |
|------|-----------|-----------|----------|-----------|------------|--------------|
| 1*0M | 17.469 | 1.111 | 205.143 | 3.644 | | |
| 2*0M | 3.173 | 1.112 | 353.717 | 20.071 | | |
| 3*0M | 10.337 | 1.111 | 131.537 | 6.158 | | |
| 4*0M | 13.020 | 1.111 | 308.921 | 4.890 | | |
| 5*0M | 11.081 | 1.111 | 101.934 | 5.748 | | |
| 6*0M | 9.120 | 1.111 | 251.150 | 6.978 | | |
| 7*0M | 8.411 | 1.112 | 357.382 | 7.567 | | |
| B0 = | | .00000000 | FEHLER = | .00000000 | A0-B0*TO = | 519.48530455 |

F Beispiel eines Datensatzes, genormte Form

506P981

WEGEN PEGELAUSSFALLS ERGAENZTE HALBST.-DATEN NACH AUFZEICHNUNG VON
 PEGEL 681P OTTERNDORF UND 506P CUXHAVEN-STEUBENHOEFT
 FERNUEBERTRAGUNG ZUM D.H.I. (STURMFLUTWARNDIENST)

ZU DEN NACHFOLGENDEN ZEITEN:

AB TAG:185=02.07.1981 , UHRZEIT :01.30 BIS TAG:189=06.07.1981 , UHRZEIT :15.00
 AB TAG:350=14.12.1981 , UHRZEIT :05.00 BIS TAG:354=18.12.1981 , UHRZEIT :03.00
 (F9.3,F9.3)

(2X,I3,I3, 24I3)

30.000 1.000

| | |
|------|--|
| 981 | 144432426433455491534575607635658677692699698690672645619588558532508484 |
| 981 | 1463446431418414426455490523553575593605614620622618605588561535507480459 |
| 981 | 2437419407401406423450484522560591615634650661669672667652632610587564543 |
| 981 | 2524509495480474472479497524558593619640659677695711728744744738727713685 |
| 981 | 3655629618599576565563571596629650709740774787828833846850841830822798774 |
| 981 | 374873471269268066665964964064265066688713743764783791796786780753734700 |
| 981 | 466963660858155527507489480477477485506528550572591604611616617610596577 |
| 981 | 455352549446544141739537736836436537840544849954057860662664265666672670 |
| 981 | 5660643623600576552531511493476464463476505545586618647672690708717724724 |
| 981 | 5713699679654623594569549530512501491497517545574609634657677695708718720 |
| 981 | 6714695668637604575547525503485471461461473503544591632669701723739747748 |
| 981 | 6734713688661631597562526495469440413396392400423472521566603638665704732 |
| 1981 | 7752742714680643609570540516495476458441425418424452498543589620645666681 |
| 981 | 7694694689674642608576542509484460437418396377369377416469528573610634655 |
| 981 | 8668675678667642611577535501462429399363337322319328357407467518561595617 |
| 981 | 8632646657659650630601566530494463433405380358344341359402465520569608634 |
| 981 | 9649665677684680665639601563532493460429405380357341335345380436495542582 |
| 981 | 9609625637646649644624595562526486449415389363341320313317344390454510557 |
| 981 | 10598616630641647644628601570529487450412382355327304291288303335391459514 |
| 981 | 10560594609621633640637622600572538501469440413391368346332328346394470536 |
| 981 | 11580621640659672679679669651624592556521489461437411388366354354378429496 |